Análisis clásico de las series temporales

Análisis estadístico de series económicas

Xavier Barber

Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática
Centro de Investigación Operativa
Universitas Miguel Hernández de Elche

09/Feb/2019

VAlencia BAyesian Research group

Índice de contenidos

1. Series Temporales
2. Ajuste Estacional
3. Descomposicón STL
4. Predicción y Descomposición
5. Suavizado exponencial simple (SES)
6. Métodos de tendencia
7. Métodos estacionales
8. ETS con *R*

VAlencia BAyesian Research group

Series Temporales

VAlencia BAyesian Research group

Patrones en las series temporales

Recordatorio (Modelo ETS: *Error, Trend and Seasonality*)

Tendencia: patrón existente cuando hay un incremento o decremento a largo plazo en los datos

Ciclo: patrón existente cuando los datos muestran subidas y bajadas *que no son de período fijo* (duración generalmente ≥ 2 años).

Estacionalidad: patrón existente cuando una serie está influenciada por un factor estacional (trimestres, mes, día de la semana)

VAlencia BAyesian Research group

Descomposición de una serie temporal

$$y_t = f(S_t, T_t, R_t)$$

donde
$y_t =$ data en el periodo t
$T_t =$ componente tendencia-ciclo en el periodo t
$S_t =$ componente estacional en el perido t
$R_t =$ componente "restante" en el periodo t

Descomposición Aditiva: $y_t = S_t + T_t + R_t$.
Descomposición Multiplicativa: $y_t = S_t \times T_t \times R_t$.

VAlencia BAyesian Research group

Descomposición de una serie temporal

$$y_t = f(S_t, T_t, R_t)$$

donde

$y_t =$ data en el periodo t

$T_t =$ componente tendencia-ciclo en el periodo t

$S_t =$ componente estacional en el perido t

$R_t =$ componente "restante" en el periodo t

Descomposición Aditiva: $y_t = S_t + T_t + R_t$.

Descomposición Multiplicativa: $y_t = S_t \times T_t \times R_t$.

Descomposición de una serie temporal

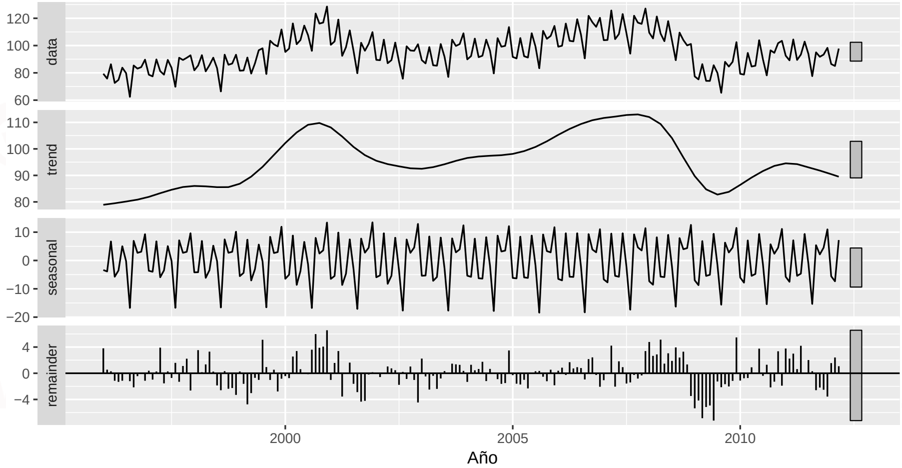
- El **modelo Aditivo** apropiado si la magnitud de las fulctuaciones estacionales no varía con el nivel.
- Si la estacionalidad es proporcional al nivel de la serie, el **modelo Multiplicativo** es más apropiado. Muy habitual en las series económicas.
    - Trasformar los datos (Box-Cox) y usar un modelo aditivo.
    - Tomar logaritmos convierte una relación multiplicativa en aditiva.

$$y_t = S_t \times T_t \times E_t \quad \Rightarrow \quad \log y_t = \log S_t + \log T_t + \log R_t.$$

VAlencia BAyesian Research group

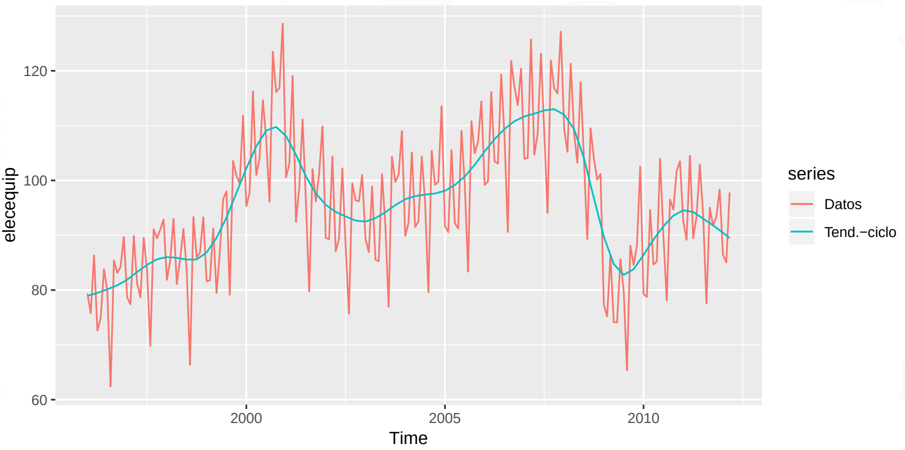
Euro-equipamiento eléctrico

```
fit <- stl(elecequip, s.window = 7)
autoplot(fit) + xlab("Año")
```



Euro-equipamiento eléctrico

```r
autoplot(elecequip, series="Datos") +
  autolayer(trendcycle(fit), series="Tend.-ciclo")
```



Funciones a recordar

- **`seasonal()`** extrae la componente estacional.
- **`trendcycle()`** componente tendencia-ciclo.
- **`remainder()`** compoenente “restante”.
- **`seasadj()`** ajusta componente estacional.

VAlencia BAyesian Research group

Ajuste Estacional

Ajuste estacional

- Descomposición aditiva: datos estacionales ajustados por

$$y_t - S_t = T_t + R_t$$

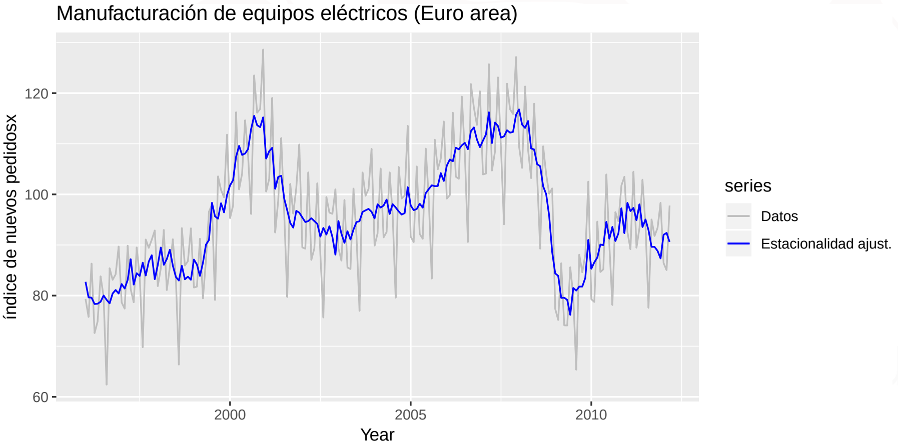
- Estacionalidad multiplicativa: datos estacionales ajustados por

$$y_t / S_t = T_t \times R_t$$

VAlencia BAyesian Research group

Euro-equipamiento eléctrico

```
fit <- stl(elecequip, s.window=7)
autoplot(elecequip, series="Datos") +
  autolayer(seasadj(fit), series="Estacion. ajustada")
```



Ajuste de la estacionalidad

- Se usan las estimaciones de S_t basadas en valores pasados para ajustar la estacionalidad de un valor actual.
- Las series ajustadas estacionalmente reflejan **Restos** y también **tendencia**. Por lo tanto, no son series "suaves" y puede haber "subidas" y "bajadas" engañosas.
- Es mejor utilizar la componente Tendencia-ciclo para mirar los puntos de inflexión.

VAlencia BAyesian Research group

La estacionalidad en la vida real

Información.es » Alicante » Noticias de Alicante

0

Noticias de Alicante

Turismo se centra en los congresos para acabar con la estacionalización

Alicante ha recibido en tres años más de cien mil congresistas, con una media de 33.000 visitantes al año, cerca del doble que los 19.163 que visitaron la ciudad en 2014

F. J. Benito | | 03.05.2018 | 20:16

Elche, que cuenta con un centro específico para reuniones, atiende a unos 40.000 participantes al año.

La Agencia Valenciana de Turismo ha puesto en marcha una nueva línea estratégica dirigida a

Diario 5356 22.08.2018 | 10:26 ESPAÑA LATAM

hosteltur

HOTELES Y ALOJAMIENTOS INTERMEDIACIÓN ECONOMÍA TRANSPORTES INNOVACIÓN

Opinión (2846) Notas de prensa (15922) Usuarios (46538)

POR JOSÉ CANTERO GÓMEZ , EN INNOVACIÓN

La estacionalidad en turismo ni se crea ni se destruye, solo se transforma

7 DICIEMBRE, 2016 (12:02:48)

La estacionalidad en turismo ni se crea ni se destruye, solo se transforma

Uno de los temas más recurrentes en turismo, es sin duda la tan mencionada estacionalidad de esta industria. Si bien no es un aspecto único de la industria turística, pensemos en cualquier industria y observaremos que en mayor o menor medida existe estacionalidad en las ventas. Ahora sin ir más lejos, en plena Navidad, se produce un estacionalidad en las ventas de juguetes: que para algunas marcas representa casi el 70% de su facturación anual.

La Opinión de Málaga » Turismo

1

Plan contra la Estacionalidad Litoral

El programa para combatir la estacionalidad tiene en marcha el 28% de las acciones

Los empresarioS solicitan trabajar ya los mercados para el invierno de 2016

L. O. | 01.05.2015 | 05:00

El Plan contra la Estacionalidad Litoral tiene ejecutadas el 28% de las acciones que se programaron, según explicó ayer el consejero de Turismo y Comercio en funciones, Luciano Alonso, quien garantizó la ejecución de esta iniciativa, puesta en marcha a finales del pasado año. Este plan es clave para la industria turística de la Costa del Sol, que ha visto como en los últimos años pese a los buenos resultados la brecha entre temporada alta y baja se mantiene, lo que provoca que cada invierno más del 38% de las plazas

Alonso, directivos de Sehrs Tourisme, la CEA y Turismo Costa del Sol. L. O.

Levante-EMV » La Ribera » Noticias de Cullera

Noticias de Cullera

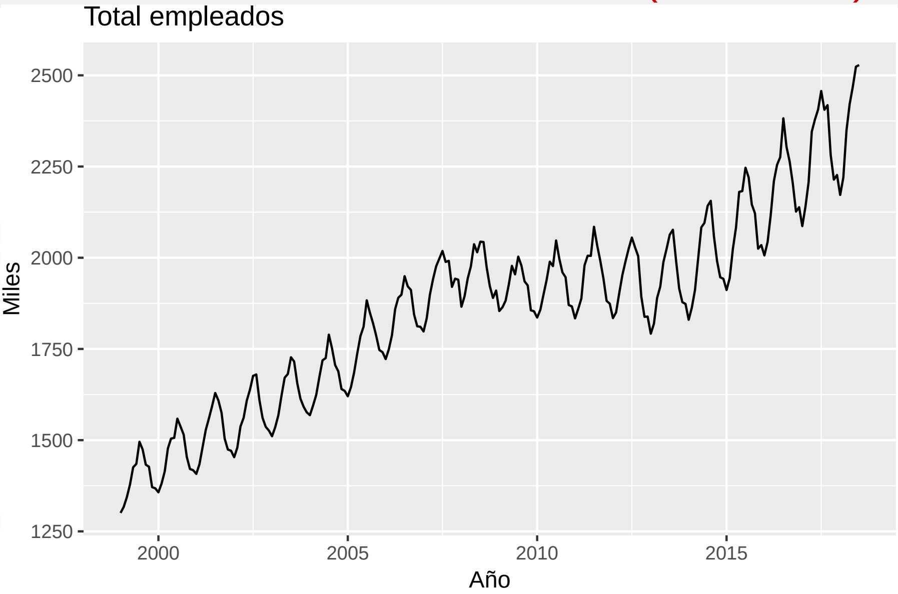
Creciente oferta para combatir la estacionalidad

Joan Gimeno Cullera | 11.12.2017 | 22:42

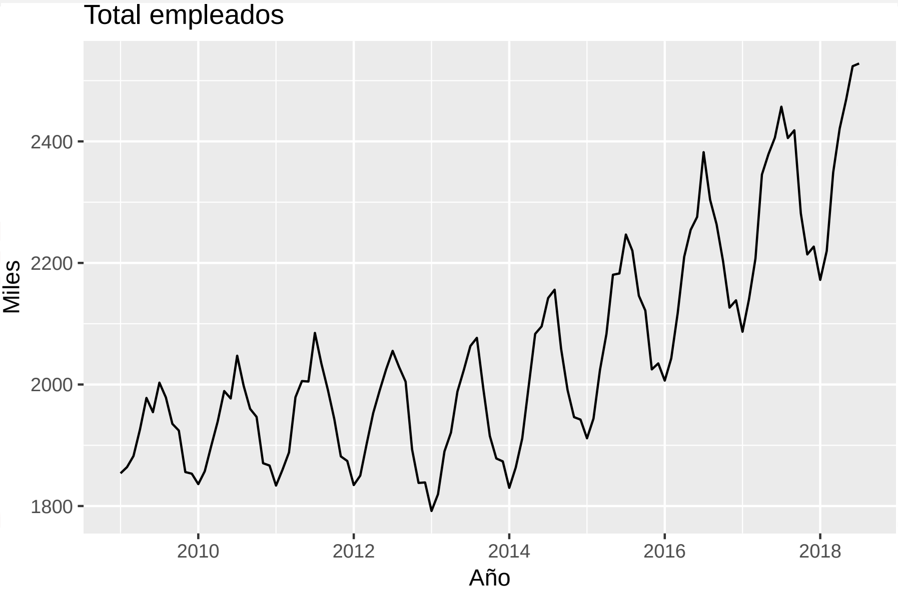
«En general, los locales que han estado abiertos han trabajado bien», reflexionó ayer el edil de Turismo, Javier Cantos. En esta época del año «muchos empresarios lo toman como período de descanso por lo que la oferta es más limitada». El hecho de que la tendencia en los últimos años sea a recibir más visitantes durante períodos vacacionales fuera de la temporada alta «ha de servir al sector para realizar una reflexión profunda sobre una estrategia de ciudad en la que ampliemos los servicios turísticos privados a todo el año», valoró el edil. El municipio trabaja ya en el «Plan 52» en el que se programan eventos todos los fines de semana de 2018 para la dinamización del sector. «Los eventos son una paso más en la

El edil Javier Cantos. levante-emv

Empleos en el sector turístico (afiliación)

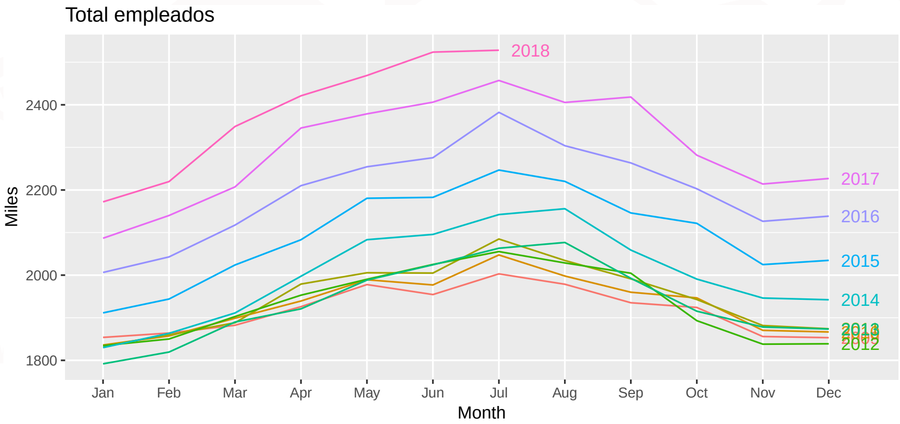


Empleos desde 2009



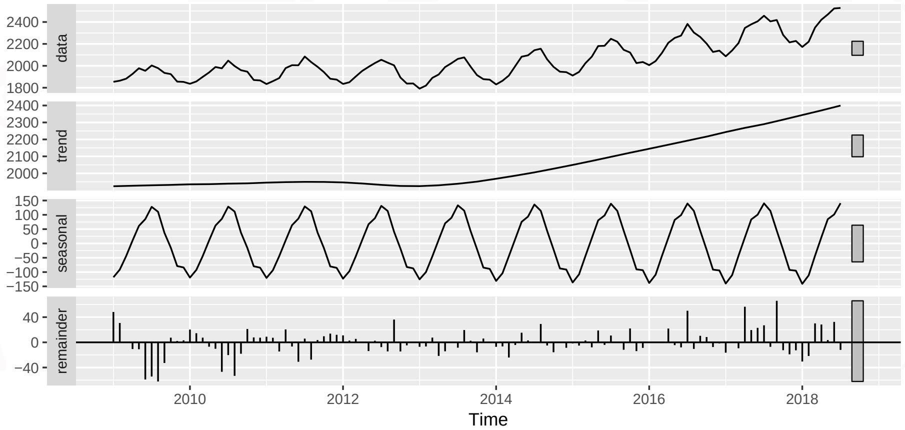
Empleo (turismo) 20009-2018

```
ggseasonplot(window(x,start=c(2009,1)),
             year.labels=TRUE) +
  ggtitle("Total empleados") + ylab("Miles")
```

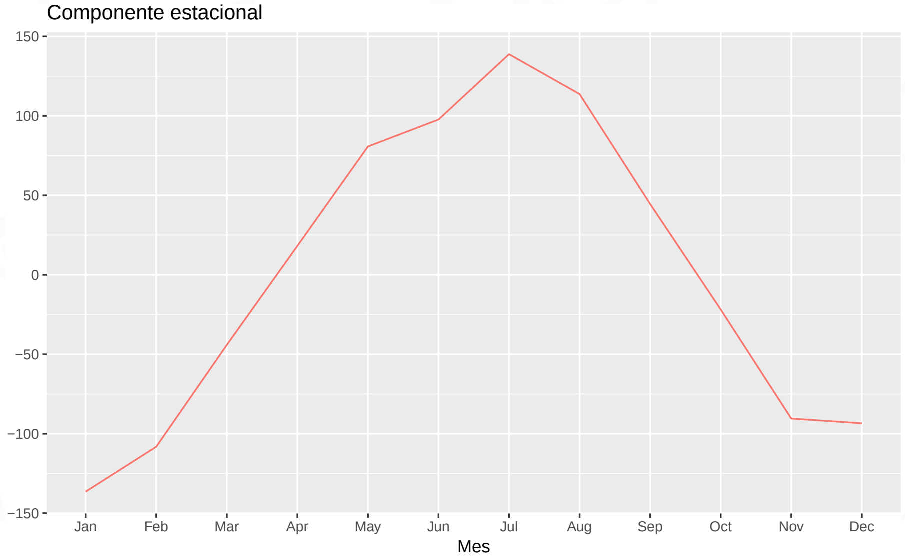


Empleos en el sector turístico 2009-

```
x %>% window(start=2009) %>%
 stl(s.window=11, robust=TRUE) -> fit
autoplot(fit)
```



Empleos: ajuste estacional 2014-2016



Empleos en el sector turístico 2009-2017

```
autoplot(seasadj(fit))
```

Descomposicón STL

VAlencia BAyesian Research group

Descomposicón STL

STL: “Seasonal and Trend decomposition using Loess”.

- Muy versatil y robusto.
- STL se maneja bien con la estacionalidad.
- La componente estacional puede cambiar en el tiempo, y el ratio de cambio puede contralarla el usuario.
- El suavizado de la tendencia-ciclo también la controla el usuario.
- Robusto con los outliers.

VAlencia BAyesian Research group

Descomposicón STL

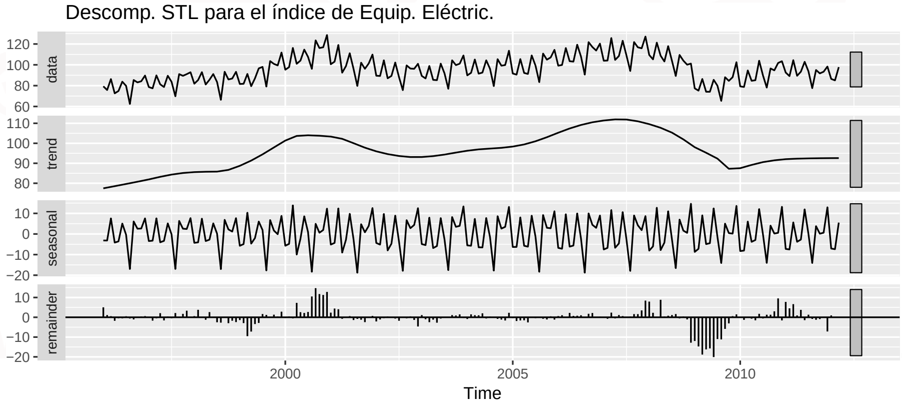
STL: “Seasonal and Trend decomposition using Loess”.

- No tiene periodo-calendario.
- Solo método aditivos.
- Tomando log si es multiplicativa.
- Usas la trasnformación Box-Cox para otro tipo de descomposiciones.

VAlencia BAyesian Research group

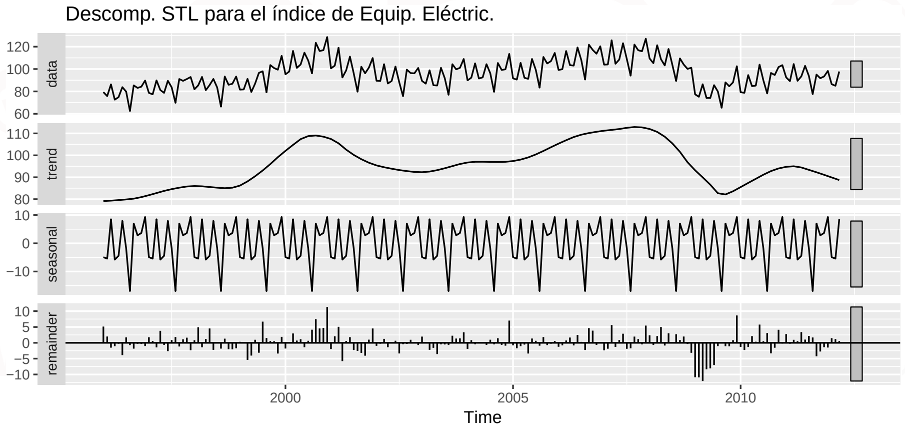
Descomposicón STL

```r
fit <- stl(elecequip, s.window=5, robust=TRUE)
autoplot(fit) +
  ggtitle("Descomp. STL para el índice de Equip. Eléctric.")
```



Descomposicón STL

```
fit <- stl(elecequip, s.window="periodic", robust=TRUE)
autoplot(fit) +
  ggtitle("Descomp. STL para el índice de Equip. Eléctric.")
```



Descomposicón STL

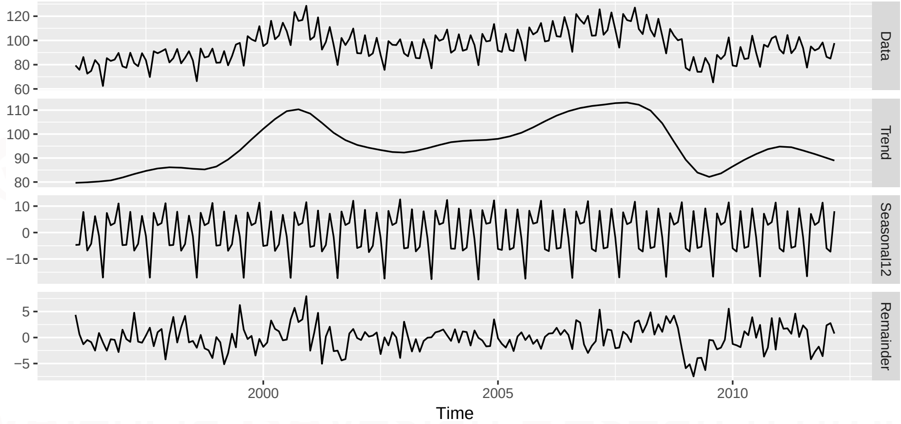
```
stl(elecequip,s.window=5)
stl(elecequip, t.window=15,
  s.window="periodic", robust=TRUE)
```

- *t.window* controla la ondulación de la componente de la tendencia
- *s.window* controla la variación de la componente de la estacionalidad

VAlencia BAyesian Research group

Descomposición STL

```
elecequip %>% mstl() %>% autoplot()
```



- *mstl()* elije *s.window=13*
- Puede incluirse un argumento *lambda* (Box-Cox).

Predicción y Descomposición

VAlencia BAyesian Research group

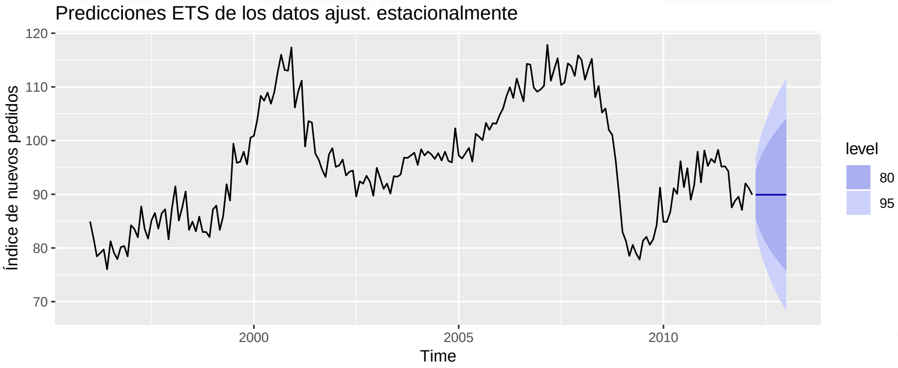
Predicción y Descomposición

- Predicción de la componente estacional repitiendo la del año anterior
- Predecir con la componentes estacional ajustada usando métodos de series no estacionales
- Combinando el ajuste estacional con los datos de la estacionalidad ajustada para obtener predicciones de los datos originales
- Algunas veces la descomposición es útil solo para enterender los datos antes de crear las predicciones.

VAlencia BAyesian Research group

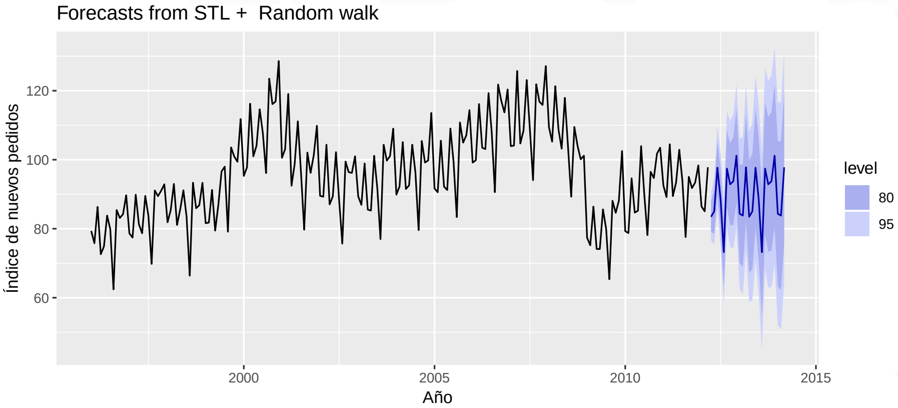
Equipamiento eléctrico

```
fit <- stl(elecequip, t.window=13, s.window="periodic")
fit %>% seasadj() %>% naive() %>%
  autoplot() + ylab("Índice de nuevos pedidos") +
  ggtitle("Predicciones ETS de los datos ajust. estacionalmente")
```



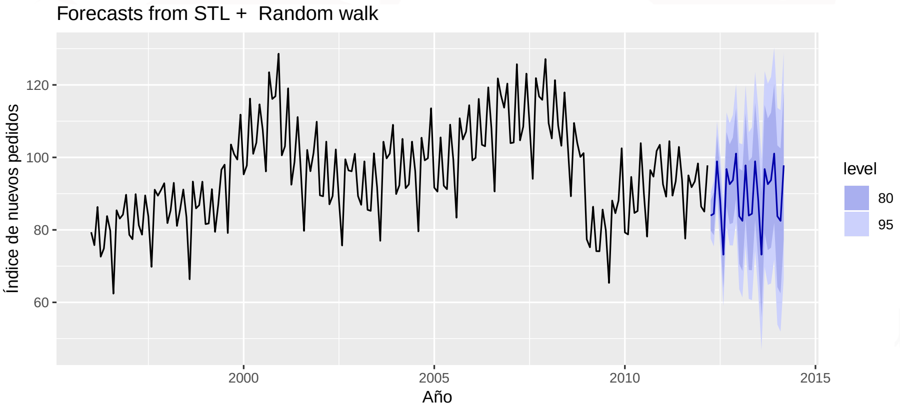
Equipamiento eléctrico

```
fit %>% forecast(method='naive') %>%
  autoplot() + ylab("Índice de nuevos pedidos") +
  xlab("Año")
```



Predicción y Descomposición

```
elecequip %>% stlf(method='naive') %>%
  autoplot() + ylab("Índice de nuevos pedidos") +
  xlab("Año")
```



Descomposición e intervalos de predicción

- Es común tomar los intervalos de predicción de las predicciones desestacionalizados y modificarlos con la componente estacional.
- Esto ignora la incertidumbre en la estimación del componente estacional.
- También ignora la incertidumbre en el futuro patrón estacional.

VAlencia BAyesian Research group

Suavizado exponencial simple (SES)

VAlencia BAyesian Research group

Métodos sencillos

Sea la serie temporal $y_1, y_2, \ldots, y_T$.

Predicciones **Random Walk**

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T$$

Predicciones medias

$$\hat{y}_{|T+h|T} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

- Se desea algo intermedio, que le de más peso a los datos más recientes.
- El SES utiliza una media móvil con pesos de decrecen exponencialmente.

VAlencia BAyesian Research group

Métodos sencillos

Sea la serie temporal $y_1, y_2, \ldots, y_T$.

Predicciones Random Walk

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T$$

Predicciones medias

$$\hat{y}_{|T+h|T} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

- Se desea algo intermedio, que le de más peso a los datos más recientes.
- El SES utiliza una media móvil con pesos de decrecen exponencialmente.

VAlencia BAyesian Research group

Métodos sencillos

Sea la serie temporal $y_1, y_2, \ldots, y_T$.

Predicciones **Random Walk**

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T$$

Predicciones medias

$$\hat{y}_{|T+h|T} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

- Se desea algo intermedio, que le de más peso a los datos más recientes.
- El SES utiliza una media móvil con pesos de decrecen exponencialmente.

VAlencia BAyesian Research group

Suavizado exponencial simple

Ecuación de predicción

$$\hat{y}_{T+1|T} = \alpha y_T + \alpha(1-\alpha) y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{T-2} + \cdots \quad 0 \le \alpha \le 1$$

	Pesos asignados a las observaciones:			
Observación	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
y_T	0.2	0.4	0.6	0.8
y_{T-1}	0.16	0.24	0.24	0.16
y_{T-2}	0.128	0.144	0.096	0.032
y_{T-3}	0.1024	0.0864	0.0384	0.0064
y_{T-4}	$(0.2)(0.8)^4$	$(0.4)(0.6)^4$	$(0.6)(0.4)^4$	$(0.8)(0.2)^4$
y_{T-5}	$(0.2)(0.8)^5$	$(0.4)(0.6)^5$	$(0.6)(0.4)^5$	$(0.8)(0.2)^5$

VAlencia BAyesian Research group

Suavizado exponencial simple

Ecuación de predicción

$$\hat{y}_{T+1|T} = \alpha y_T + \alpha(1-\alpha) y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{T-2} + \cdots \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

	Pesos asignados a las observrvaciones:			
Observación	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
y_T	0.2	0.4	0.6	0.8
y_{T-1}	0.16	0.24	0.24	0.16
y_{T-2}	0.128	0.144	0.096	0.032
y_{T-3}	0.1024	0.0864	0.0384	0.0064
y_{T-4}	$(0.2)(0.8)^4$	$(0.4)(0.6)^4$	$(0.6)(0.4)^4$	$(0.8)(0.2)^4$
y_{T-5}	$(0.2)(0.8)^5$	$(0.4)(0.6)^5$	$(0.6)(0.4)^5$	$(0.8)(0.2)^5$

VAlencia BAyesian Research group

Suavizado exponencial simple

Forma de las componentes

Ecuación de predicción $\hat{y}_{t+h|t} = \ell_t$

Ecuación de suavizado $\ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\ell_{t-1}$

- ℓ_t es el nivel (o valor de suavizado) de la serie en t.
- $\hat{y}_{t+1|t} = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t|t-1}$
  Se itera para obtener la forma de la media móvil ponderada exponencialemnte.

Forma de la media ponderada

$$\hat{y}_{T+1|T} = \sum_{j=0}^{T-1} \alpha(1-\alpha)^j y_{T-j} + (1-\alpha)^T \ell_0$$

Optimización

- Se necesitan valores para α y ℓ_0
- Similar a la regressión — se elije α y ℓ_0 minimizando SSE:

$$\text{SSE} = \sum_{t=1}^{T} (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2.$$

- Como en la regresión la solución no tiene una forma cerrada — se usa la optimización numérica.

VAlencia BAyesian Research group

Ejemplo: Producción petrolífera

```r
fc <- ses(oildata, h = 5)
```

```
Simple exponential smoothing

Call:
 ses(y = oildata, h = 5)

  Smoothing parameters:
    alpha = 0.8339

  Initial states:
    l = 446.5868

  sigma:  29.8282

     AIC     AICc      BIC
178.1430 179.8573 180.8141
```

	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
2014	542.7	504.5	580.9	484.2	601.1
2015	542.7	492.9	592.5	466.6	618.8
2016	542.7	483.6	601.8	452.3	633.1
2017	542.7	475.5	609.8	440.0	645.4
2018	542.7	468.3	617.0	429.0	656.4

VAlencia BAyesian Research group

Ejemplo: Proudcción petrolífera

Year	Time	Observation	Level	Forecast
	t	y_t	ℓ_t	$\hat{y}_{t+1\|t}$
1995	0		446.59	
1996	1	445.36	445.57	446.59
1997	2	453.20	451.93	445.57
1998	3	454.41	454.00	451.93
1999	4	422.38	427.63	454.00
2000	5	456.04	451.32	427.63
2001	6	440.39	442.20	451.32
2002	7	425.19	428.02	442.20
2003	8	486.21	476.54	428.02
2004	9	500.43	496.46	476.54
2005	10	521.28	517.15	496.46
2006	11	508.95	510.31	517.15
2007	12	488.89	492.45	510.31
2008	13	509.87	506.98	492.45
2009	14	456.72	465.07	506.98
2010	15	473.82	472.36	465.07
2011	16	525.95	517.05	472.36
2012	17	549.83	544.39	517.05
2013	18	542.34	542.68	544.39
	h			$\hat{y}_{T+h\|T}$
2014	1			542.68
2015	2			542.68
2016	3			542.68

Ejemplo: Proudcción petrolífera

```r
autoplot(fc) +
  autolayer(fitted(fc), series="Fitted") +
    ylab("Petróleo (mollones de toneladas)") +
    xlab("Año")
```

Métodos de tendencia

VAlencia BAyesian Research group

Método de tendencia lineal de Holt

Las componentes

$$\begin{aligned} \text{Predicción} \qquad & \hat{y}_{t+h|t} = \ell_t + hb_t \\ \text{Nivel} \qquad & \ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1}) \\ \text{Tendencia} \qquad & b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}, \end{aligned}$$

- Dos parámetros de suavizado α y β^* $(0 \leq \alpha, \beta^* \leq 1)$.
- Nivel ℓ_t: media ponderada entre y_t y y la predicción para el tiempo t t, $(\ell_{t-1} + b_{t-1} = \hat{y}_{t|t-1})$
- La pendiente b_t: media ponderada de $(\ell_t - \ell_{t-1})$ and b_{t-1}, estimación actual y previa para la pendiente.
- Elegir $\alpha, \beta^*, \ell_0, b_0$ que minimice SSE.

VAlencia BAyesian Research group

Método de tendencia lineal de Holt

Las componentes

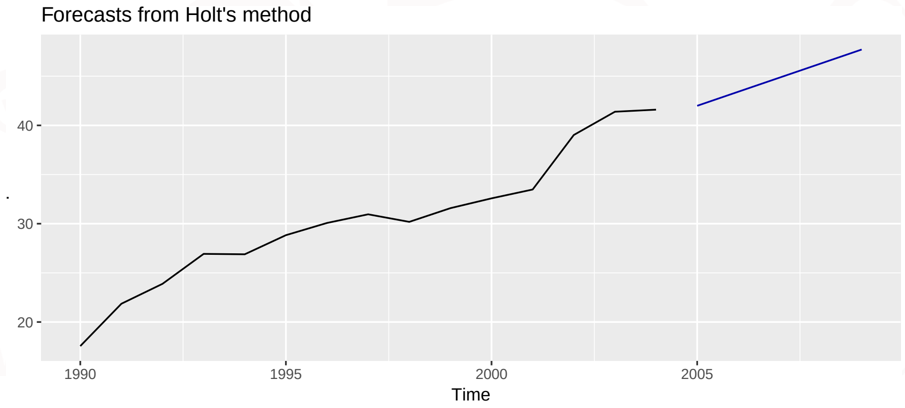
$$
\begin{aligned}
\text{Predicción} \qquad & \hat{y}_{t+h|t} = \ell_t + hb_t \\
\text{Nivel} \qquad & \ell_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1}) \\
\text{Tendencia} \qquad & b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1},
\end{aligned}
$$

- Dos parámetros de suavizado α y β^* $(0 \leq \alpha, \beta^* \leq 1)$.
- Nivel ℓ_t: media ponderada entre y_t y y la predicción para el tiempo t t, $(\ell_{t-1} + b_{t-1} = \hat{y}_{t|t-1})$
- La pendiente b_t: media ponderada de $(\ell_t - \ell_{t-1})$ and b_{t-1}, estimación actual y previa para la pendiente.
- Elegir $\alpha, \beta^*, \ell_0, b_0$ que minimice SSE.

VAlencia BAyesian Research group

Método de Holt en *R*

```
window(ausair, start=1990, end=2004) %>%
  holt(h=5, PI=FALSE) %>%
  autoplot()
```



Método de tendencia "amortiguado"

Componentes

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_{t+h|t} &= \ell_t + (\phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h) b_t \\
\ell_t &= \alpha y_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1}) \\
b_t &= \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}.
\end{aligned}
$$

- parámetro de amortiguado $0 < \phi < 1$.
- Si $\phi = 1$, coincide con el método lineal de Holt.
- Como $h \to \infty$, $\hat{y}_{T+h|T} \to \ell_T + \phi b_T/(1-\phi)$.
- Predicciones a corto plazo con tendencia,predicciones a largo plazo son constantes.

VAlencia BAyesian Research group

Método de tendencia “amortiguado”

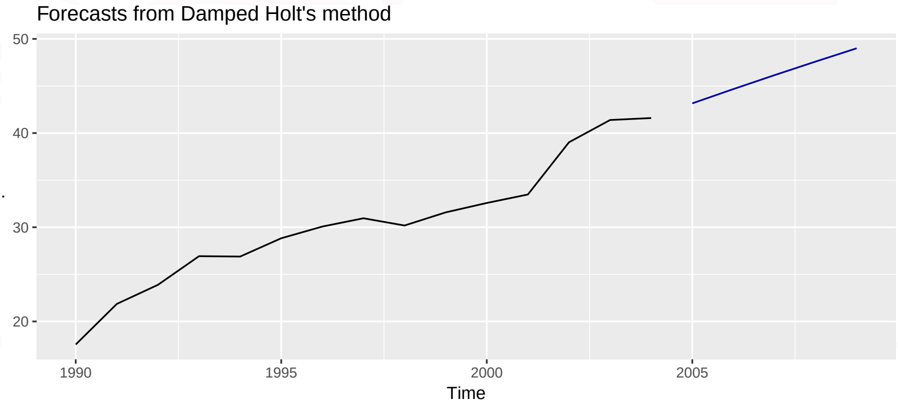
Componentes

$$\begin{aligned}
\hat{y}_{t+h|t} &= \ell_t + (\phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h) b_t \\
\ell_t &= \alpha y_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1}) \\
b_t &= \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1}.
\end{aligned}$$

- parámetro de amortiguado $0 < \phi < 1$.
- Si $\phi = 1$, coincide con el método lineal de Holt.
- Como $h \to \infty$, $\hat{y}_{T+h|T} \to \ell_T + \phi b_T/(1-\phi)$.
- Predicciones a corto plazo con tendencia,predicciones a largo plazo son constantes.

Ejemplo: Pasajeros aéreos

```
window(ausair, start=1990, end=2004) %>%
  holt(damped=TRUE, h=5, PI=FALSE) %>%
  autoplot()
```



Ejemplo: Ovejas en Asia

```r
# Ajustamo los tres modelos
livestock2 <- window(livestock, start = 1970, end = 2
fit1 <- ses(livestock2)
fit2 <- holt(livestock2)
fit3 <- holt(livestock2, damped = TRUE)
```

```r
#Comporbamos cual es el mejor (*training RMSE*)
accuracy(fit1, livestock)
accuracy(fit2, livestock)
accuracy(fit3, livestock)
```

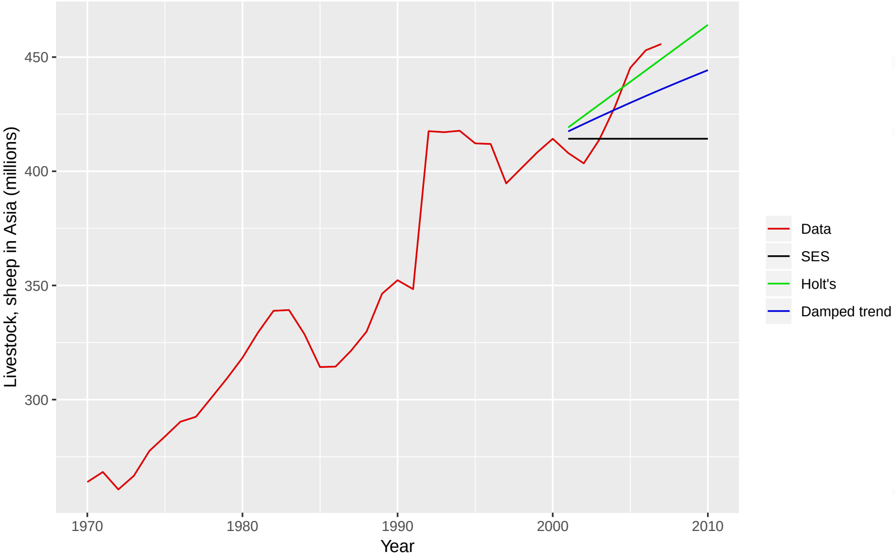
VAlencia BAyesian Research group

Ejemplo: Ovejas en Asia

	SES	Tend. lineal	Tend. amort.
α	1.00	0.98	0.97
β^*		0.00	0.00
ϕ			0.98
ℓ_0	263.90	251.46	251.89
b_0		4.99	6.29
Training RMSE	14.77	13.98	14.00
Test RMSE	25.46	11.88	14.73
Test MAE	20.38	10.71	13.30
Test MAPE	4.60	2.54	3.07
Test MASE	2.26	1.19	1.48

VAlencia BAyesian Research group

Ejemplo: Ovejas en Asia



Te toca

eggs contiene el precio de la docena de huevos en USA en el periodo 1900–1993

1. Una SES y el método de Holt (con y sin amortiguación) para predecir precios "futuros".

   [Truco: utiliza h=100 así podrás ver mejor las diferencias al dibujar las predicciones.]
2. ¿Qué método da el mejor "training RMSE"?
3. ¿Son los valores del RMSE comparables?
4. Haz los residuos del mejor ajuste y comprueba si son un ruido blanco

VAlencia BAyesian Research group

Métodos estacionales

VAlencia BAyesian Research group

Método aditivo de Holt-Winters

Holt y Winters extendieron el método de Holt para capturar la estacionalidad.

Componentes

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_{t+h|t} &= \ell_t + hb_t + s_{t+h-m(k+1)} \\
\ell_t &= \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1}) \\
b_t &= \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1} \\
s_t &= \gamma(y_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m},
\end{aligned}
$$

- $k =$ la parte entera de $(h-1)/m$. Garantiza que las estimaciones del último año se utilizan para la predicción.
- Parámetros: $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta^* \leq 1$, $0 \leq \gamma \leq 1-\alpha$ y $m =$ periodo de estacionalidad (i.e. $m = 4$ para datos trimestrales).

VAlencia BAyesian Research group

Método aditivo de Holt-Winters

- La componente estacional se suele expresar como $s_t = \gamma^*(y_t - \ell_t) + (1 - \gamma^*)s_{t-m}$.
- Substituidad dentro por ℓ_t: $s_t = \gamma^*(1-\alpha)(y_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) + [1 - \gamma^*(1-\alpha)]s_{t-m}$
- Se obtiene $\gamma = \gamma^*(1 - \alpha)$.
- La restricción del parámetro habitual es $0 \leq \gamma^* \leq 1$, que se traduce en $0 \leq \gamma \leq (1 - \alpha)$.

VAlencia BAyesian Research group

Holt-Winters multiplicative method

Si las variaciones estacionales cambian proporcionalmente al nivel de la serie.

Componentes

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_{t+h|t} &= (\ell_t + hb_t)s_{t+h-m(k+1)}. \\
\ell_t &= \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1}) \\
b_t &= \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1} \\
s_t &= \gamma \frac{y_t}{(\ell_{t-1} + b_{t-1})} + (1-\gamma)s_{t-m}
\end{aligned}
$$

Si las variaciones estacionales cambian proporcionalmente al nivel de la serie.

- k es la parte entera de $(h-1)/m$.
- Con el método aditivo s_t está en términos absolutos: dentro de cada año $\sum_i s_i \approx 0$.
- Con el método multiplicativos s_t está en términos absolutos: dentro de cada año $\sum_i s_i \approx m$.

VAlencia BAyesian Research group

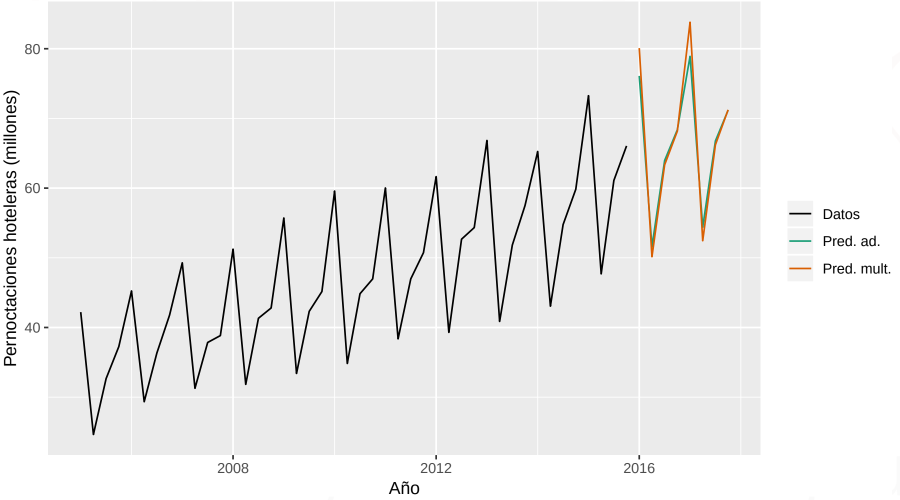
Ejemplo: Pernoctaciones hoteleras

```
aust <- window(austourists,start=2005)
fit1 <- hw(aust,seasonal="additive")
fit2 <- hw(aust,seasonal="multiplicative")
```

```
tmp <- cbind(Datos=aust,
  "Predicciones HW aditivo" = fit1[["mean"]],
  "Predicciones HW multiplicativo" = fit2[["mean"]])

autoplot(tmp) + xlab("Year") +
  ylab("Pernoctaciones hoteleras (millones)") +
  scale_color_manual(name="",
    values=c('#000000','#1b9e77','#d95f02'),
    breaks=c("Datos","Predicciones HW aditivo",
             "Predicciones HW multiplicativo"))
```

Ejemplo: Pernoctaciones hoteleras

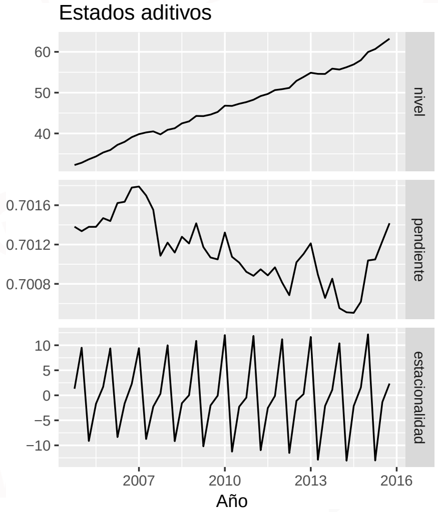


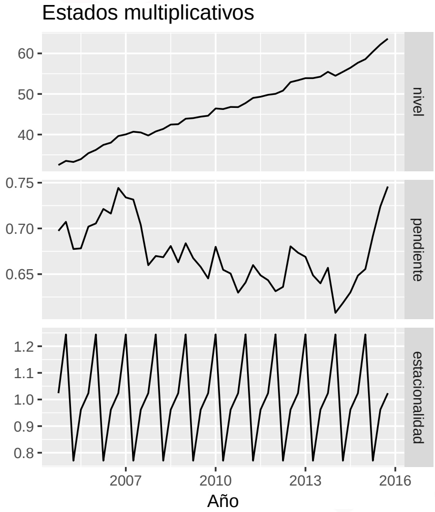
Componentes estimados

```
addstates <- fit1$model$states[,1:3]
multstates <- fit2$model$states[,1:3]
colnames(addstates)<-colnames(multstates)<-
  c("nivel","pendiente","estacionalidad")
p1 <- autoplot(addstates, facets=TRUE) +
       xlab("Año") +   ylab("") +
       ggtitle("Estados aditivos")
p2 <- autoplot(multstates, facets=TRUE) +
       xlab("Año") +   ylab("") +
      ggtitle("Estados multiplicativos")
gridExtra::grid.arrange(p1,p2,ncol=2)
```

VAlencia BAyesian Research group

Componentes estimados





Método de Holt-Winters amortiguado

A menudo el método de predicción más preciso para datos estacionales.

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_{t+h|t} &= [\ell_t + (\phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h)b_t] s_{t+h-m(k+1)} \\
\ell_t &= \alpha(y_t / s_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1}) \\
b_t &= \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1} \\
s_t &= \gamma \frac{y_t}{(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})} + (1-\gamma) s_{t-m}
\end{aligned}
$$

VAlencia BAyesian Research group

Tu turno

Aplica el método multiplicativo de *H-W* a la serie *gas*.

1. ¿Por qué es necesaria la estacionalidad multiplicativa aquí?
2. Experimenta haciendo que la tendencia se amortigüe.
3. Compruebe que los residuos del mejor método se parezcana un ruido blanco.

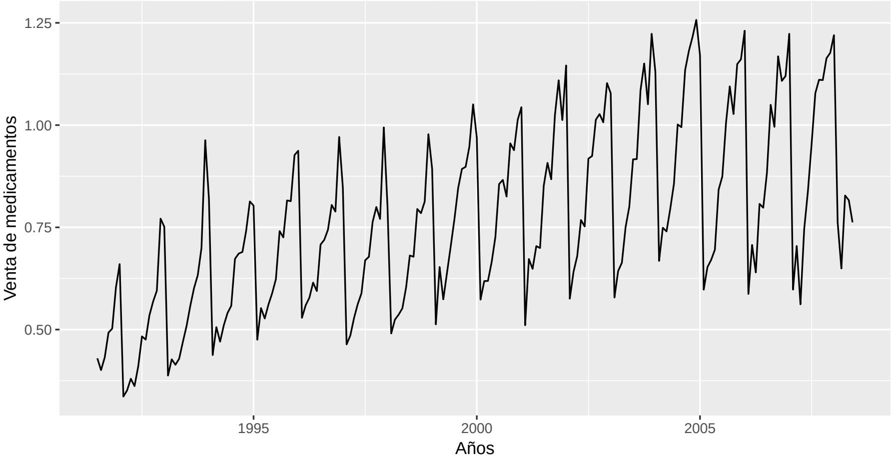
VAlencia BAyesian Research group

ETS con *R*

VAlencia BAyesian Research group

Ejemplo: Venta de medicamentos

```
autoplot(h02) + xlab("Años") + ylab("Venta de medicamentos")
```



Ejemplo: Venta de medicamentos

```r
ets(h02)
```

```
ETS(M,Ad,M)

Call:
 ets(y = h02)

  Smoothing parameters:
    alpha = 0.1953
    beta  = 1e-04
    gamma = 1e-04
    phi   = 0.9798

  Initial states:
    l = 0.3945
    b = 0.0085
    s = 0.874 0.8197 0.7644 0.7693 0.6941 1.2838
           1.326 1.1765 1.1621 1.0955 1.0422 0.9924

  sigma:  0.0676

       AIC      AICc       BIC
-122.90601 -119.20871  -63.17985
```

VAlencia BAyesian Research group

Ejemplo: Venta de medicamentos

```r
ets(h02, model = "AAA", damped = FALSE)
```

```
ETS(A,A,A)

Call:
 ets(y = h02, model = "AAA", damped = FALSE)

  Smoothing parameters:
    alpha = 0.1672
    beta  = 0.0084
    gamma = 1e-04

  Initial states:
    l = 0.3895
    b = 0.0116
    s = -0.1058 -0.1359 -0.1875 -0.1803 -0.2414 0.2097
           0.2493 0.1426 0.1411 0.0823 0.0293 -0.0033

  sigma:  0.0642

      AIC      AICc       BIC
-18.26446 -14.97413  38.14358
```

VAlencia BAyesian Research group

La función *ets()*

- Elige automáticamente un modelo por defecto usando el AIC, AICc o BIC.
- Puede manejar cualquier combinación de tendencia, estacionalidad y amortiguación
- Asegura que los parámetros sean admisibles (equivalente a invertir)
- Produce un objeto de clase “ets”.

VAlencia BAyesian Research group

Los objetos *ets*

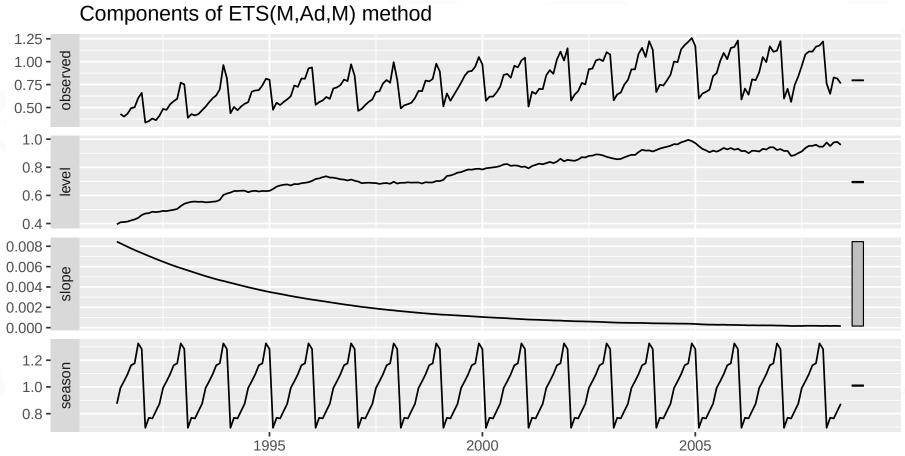
- **Métodos:**
  coef(), autoplot(), plot(), summary(), residuals(), fitted(), simulate() y forecast()

  autoplot(): para graficar la serie temporal, así como extraer las componentes S, T y R

VAlencia BAyesian Research group

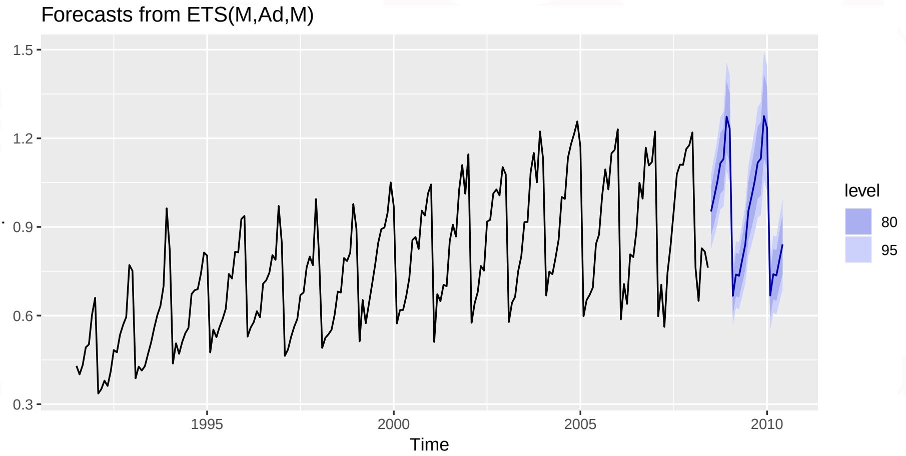
Ejemplo: Venta de medicamentos

```
h02 %>% ets() %>% autoplot()
```



Ejemplo: Venta de medicamentos

```r
h02 %>% ets() %>% forecast() %>% autoplot()
```



Ejemplo: Venta de medicamentos

```
h02 %>% ets() %>% accuracy()
```

```
                      ME       RMSE        MAE       MPE
Training set 0.003872706 0.05096923 0.03903608 0.1125149
                 MAPE      MASE       ACF1
Training set 5.046201 0.6439654 0.00612504
```

```
h02 %>% ets(model = "AAA", damped = FALSE) %>% accuracy()
```

```
                       ME       RMSE       MAE      MPE
Training set -0.006446776 0.06159595 0.0494885 -1.25778
                 MAPE      MASE      ACF1
Training set 7.141675 0.8163955 0.2612275
```

VAlencia BAyesian Research group

La función *ets()*

La función *ets()* permite volver a ajustar el modelo al nuevo conjunto de datos.

```
train <- window(h02, end = c(2004, 12))  # datos 'calentamiento'
test <- window(h02, start = 2005)  # ajuste con modelo 'train'
fit1 <- ets(train)
fit2 <- ets(test, model = fit1)
```

```
 Model is being refit with current smoothing parameters but
initial states are being re-estimated.

Set 'use.initial.values=TRUE' if you want to re-use existing
initial values.
```

VAlencia BAyesian Research group

La función *ets()*

```
accuracy(fit2)
```

```
                       ME      RMSE        MAE        MPE
Training set 0.001439752 0.0540574 0.04313607 -0.4332393
                 MAPE      MASE       ACF1
Training set 5.217966 0.6785027 -0.4120618
```

```
accuracy(forecast(fit1, 10), test)
```

```
                       ME       RMSE        MAE        MPE
Training set  0.003427223 0.04453419 0.03290053   0.158854
Test set     -0.077245307 0.09158286 0.07954666 -10.041291
                  MAPE      MASE        ACF1 Theil's U
Training set  4.364239 0.5579938  0.02235938        NA
Test set     10.251511 1.3491135 -0.04360835   0.63331
```

VAlencia BAyesian Research group

La función *ets()* en *R*

```
ets(y, model = "ZZZ", damped = NULL,
  additive.only = FALSE,
  lambda = NULL, biasadj = FALSE,
  lower = c(rep(1e-04, 3), 0.8),
  upper = c(rep(0.9999, 3), 0.98),
  opt.crit = c("lik","amse","mse","sigma","mae"),
  nmse = 3,
  bounds = c("both", "usual", "admissible"),
  ic = c("aicc", "aic", "bic"),
  restrict = TRUE,
  allow.multiplicative.trend = FALSE, ...)
```

VAlencia BAyesian Research group

La función `ets()` en *R*

y: La serie temporal a predecir.

model: usa la clasificación y notación ETS: "N" para nada, "A" para aditivo y "M" para para multiplicativo, o "Z" para la selección automática. Por defecto *ZZZ* se seleccionan todos los componentes utilizando algún criterio de información

damped: Si ***damped=TRUE***, entonces se amortigua la tendencia (puede utilizarse *A\damped* o *M\damped*). ***damped=FALSE***, entonces no se amortigua la tendencia. Si ***damped=NULL*** (default), Según el mejor criterio de información el sisteme elije el mejor método.

VAlencia BAyesian Research group

La función `ets()` en *R*

`additive.only`: Solo se considerarán modelos modelos con componenetes aditivossi `additive.only=TRUE`. De lo contrario, todos los modelos serán considerados.

`lambda`: El parámetro de la trasnformación de *Box-Cox*. Se ignora si `lambda=NULL` (por defecto). DE lo contrario, la serie temporal será trasnformada antes que el modelo se estime. Cuando `lambda` no es `NULL`, `additive.only` se convierte en ***`TRUE`***.

`biadadj`: Utiliza un ajuste del sesgo cuando se desahece la trasnformación de *Box-Cox* para los valores ajustados.

VAlencia BAyesian Research group

La función ets() en *R*

lower,upper: límites para la estimación de los parámetros α, β^*, γ^* and ϕ.

opt.crit=lik: (Por defecto) Criterio de optimización utilizado en la estimación de los parámetros. ***bounds***: Restricciones en lso parámetros. * *habitual* región – "bounds=usual"; * *admisible* región – "bounds=admissible"; * "bounds=both" (por defecto) necesita los parámetros para satisfacer ambos conjuntos de restricciones.

ic=aicc: (por defecto)Criterio de optimización utilizado en la selección de los modelos.

restrict=TRUE: (por defecto) modelos que causan problemas numéricos no serán considerados en la selección del mejor modelo.

allow.multiplicative.trend: permite modelos con tendencia multiplicativa.

La función forecast()en textsl{R}

```
forecast(object,
  h=ifelse(object$m>1, 2*object$m, 10),
  level=c(80,95), fan=FALSE,
  simulate=FALSE, bootstrap=FALSE,
  npaths=5000, PI=TRUE,
  lambda=object$lambda, biasadj=FALSE,...)
```

- ***object***: el objeto que devuelve la función `ets()`.
- ***h***: el número de peridos a predecir.
- ***level***: el intervalo de confianza para la predicción.
- ***fan***: if `fan=TRUE`, para obtener los *fan plots*.

VAlencia BAyesian Research group

La función `forecast()`en textsl{R}

- ***`simulate`***: si `TRUE`, el intervalo de predicción generado vía simulación prediction intervals generated via simulation en lugar de las fórmulas analíticas.Incluso si `FALSE` se usará la simulación si no existen fórmulas algebraicas.

- ***`bootstrap`***: si `bootstrap=TRUE` y `simulate=TRUE`, entonces los intervalos de predicción simulados usarán errores re-muestreados incluso si se distribuyen los errores de forma Gaussiana.

- ***`npaths`***: El número de muestras usadas en la simulación.

- ***`PI`***: Si `PI=TRUE`, entonces los intervalos se calcularán: de otra manera sólo se obtendrán

VAlencia BAyesian Research group

La función `forecast()`en textsl{R}

- ***`lambda`***: el parámtro de la trasnformación de The *Box-Cox*. Si `lambda=NULL` se ignorará. De otra manera, las predicciones seran re-trasnformadas vía la inversa de la trasnformación de *Box-Cox*
- ***`biasadj`***: ¿Se aplica la corrección de sesgo tras la trasnformación de *Box-Cox*?

VAlencia BAyesian Research group

Tu turno

- Usa `ets()` en las siguientes series :

  $bicoal$, $chicken$, $dole$, $usdeaths$, $bricksq$, $lynx$, $ibmclose$, $eggs$, $bricksq$, $ausbeer$

- ¿Se obtienen siempre buenas predicciones?
- Encuentra un ejemplo que no funcione bien. ¿Sabrías explicar lo que le ocurre a esa serie temporal?

VAlencia BAyesian Research group