

SERIES TEMPORALES

SUAVIZACION EXPONENCIAL

Giampaolo Orlandoni Merli
BUCARAMANGA, 2010

ANALISIS CUANTITATIVO DE ST

1. **MODELOS SUAVIZACION EXPONENCIAL**
 1. Suavización Exponencial Simple
 2. Suavización Exponencial Doble
 3. Suavización Exponencial Generalizada (Holt-Winters)
2. **MODELOS DE SERIES DE TIEMPO:**
 1. Métodos de Descomposición
 2. Modelos ARMA, ARIMA
3. **MODELOS DE ASOCIACION:**
 1. Modelos de Regresión
 2. Modelos de Ecuaciones Simultáneas
 3. Modelos de Dinámica de Sistemas

- Información: Datos históricos de las variables involucradas
- Supuesto: El patrón histórico manifestado por las variables sigue siendo válido para el futuro analizado.

SUAVIZACION EXPONENCIAL

1. Suavización Exponencial Simple
2. Suavización Exponencial: Método Holt (dos parámetros)
3. Suavización Exponencial con factor Estacional: Método Holt-Winters (tres parámetros)

1-Suavización Exponencial Simple

$$\bar{p}_T = \alpha y_T + (1-\alpha) \bar{p}_{T-1}$$

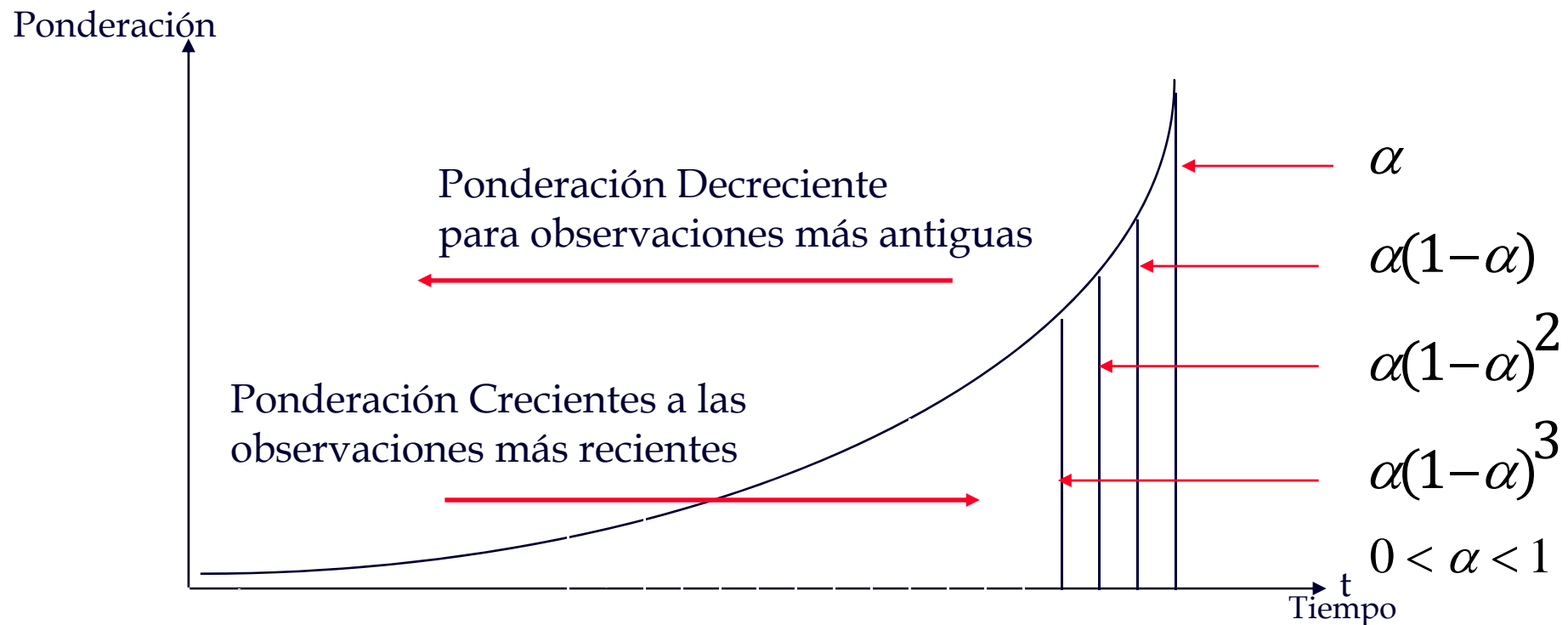
$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha) F_t$$

- Todos los datos influyen en el pronóstico, pero los más recientes tienen mayor influencia.

- Cálculo del pronóstico \bar{p}

$$\bar{p}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\alpha y_{T-1} + (1-\alpha)^2\alpha y_{T-2} + \dots + (1-\alpha)^{T-1}\alpha y_1 + (1-\alpha)^T \bar{p}_0$$

- Constante de Suavización: $0 < \alpha < 1$



Pronóstico \bar{p} . Intervalo de Predicción

$$\bar{p}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\alpha y_{T-1} + (1-\alpha)^2\alpha y_{T-2} + \dots + (1-\alpha)^{T-1}\alpha y_1 + (1-\alpha)^T \bar{p}_0$$

- Para $T=3$:

$$\bar{p}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\alpha y_2 + (1-\alpha)^2\alpha y_1 + (1-\alpha)^3\alpha \bar{p}_0$$

- Para $T=4$:

$$\bar{p}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\alpha y_3 + (1-\alpha)^2\alpha y_2 + (1-\alpha)^3\alpha y_1 + (1-\alpha)^4\alpha \bar{p}_0$$

$$\bar{p}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha) \{ \alpha y_3 + (1-\alpha)\alpha y_2 + (1-\alpha)^2\alpha y_1 + (1-\alpha)^3\alpha \bar{p}_0 \}$$

$$\bar{p}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha) \bar{p}_3$$

- Generalizando: $\bar{p}_T = \alpha y_T + (1-\alpha) \bar{p}_{T-1}$
- Pronóstico puntual $(T+h) = y_{T+h}(T) = \bar{p}_T$
- Intervalo de predicción del 95% en el período T para y_{T+h}

$$\bar{p}_0 \pm z_{[.025]} s \sqrt{1 + (h-1)\alpha^2}$$

Ejemplos:

Si $\alpha = 0.1$

- $\bar{p}_3 = 0.1y_3 + (0.9)0.1y_2 + (0.9)^2 0.1y_1 + (0.9)^3 0.1 \bar{p}_0$
- $\bar{p}_3 = 0.1y_3 + 0.09y_2 + 0.081y_1 + 0.0729 \bar{p}_0$

Si $\alpha = 0.9$

- $\bar{p}_3 = 0.9y_3 + (0.1)0.9y_2 + (0.1)^2 0.9y_1 + (0.1)^3 0.9 \bar{p}_0$
- $\bar{p}_3 = 0.9y_3 + 0.09y_2 + 0.009y_1 + 0.0009 \bar{p}_0$

2-Suavización Exponencial Doble (HOLT)

<p>Holt Aditivo</p> <p>•Tendencia</p>	$\tilde{Y}[t+h] = a[t] + h*b[t]$ <ul style="list-style-type: none">•$a[t] = \alpha(Y[t]) + (1-\alpha) (a[t-1] + b[t-1])$•$b[t] = \beta(a[t] - a[t-1]) + (1-\beta) b[t-1]$	<p>Ecuaciones Suavización:</p> <ul style="list-style-type: none">•$a[t]$: suavización nivel•$b[t]$: suavización tendencia•h: períodos futuros a predecir <p>Parámetros Suavización:</p> <ul style="list-style-type: none">•α: nivel•β: tendencia <p>Si $\beta=0$, Suavización Exponencial</p>
---------------------------------------	---	---

3-SUAVIZACION EXPONENCIAL HOLT-WINTERS (HW)

<p>HW Aditivo</p> <ul style="list-style-type: none"> •Tendencia •Estacionalidad •Constante 	$\tilde{Y}[t+h] = a[t] + h*b[t] + s[t+1+(h-1) \bmod p]$ <ul style="list-style-type: none"> •$a[t] = \alpha(Y[t] - s[t-p]) + (1-\alpha) (a[t-1] + b[t-1])$ •$b[t] = \beta(a[t] - a[t-1]) + (1-\beta) b[t-1]$ •$s[t] = g(Y[t] - a[t]) + (1-g) s[t-p]$ 	<p><u>Ecuaciones Suavización:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> •$a[t]$: suavización global (nivel) •$b[t]$: suavización tendencia •$s[t]$: suavización estacional •p: longitud período estacional •h: períodos futuros a predecir <p><u>Parámetros Suavización:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> •α: nivel •β: tendencia •γ: estacional <p>Si $\beta=0$, Suavización Exponencial</p> <p>Si $\gamma=0$, Modelo No Estacional</p>
<p>HW Multiplicativo</p> <ul style="list-style-type: none"> •Tendencia •Estacionalidad •Creciente 	$\tilde{Y}[t+h] = (a[t] + h*b[t])*s[t+1+(h-1) \bmod p]$ <ul style="list-style-type: none"> •$a[t] = \alpha(Y[t] / s[t-p]) + (1-\alpha) (a[t-1] + b[t-1])$ •$b[t] = \beta(a[t] - a[t-1]) + (1-\beta) b[t-1]$ •$s[t] = g(Y[t] / a[t]) + (1-g) s[t-p]$ 	<p><u>Parámetros Suavización:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> •α: nivel •β: tendencia •γ: estacional <p>Si $\beta=0$, Suavización Exponencial</p> <p>Si $\gamma=0$, Modelo No Estacional</p>

SUAVIZACION EXPONENCIAL HOLT WINTERS

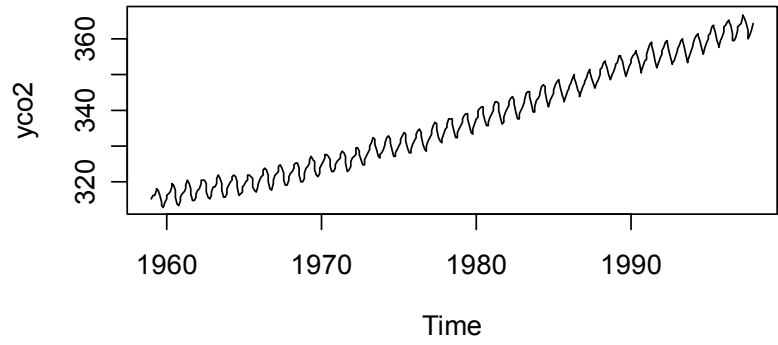
librería stats → HoltWinters()

Uso de la función: `h.hw = HoltWinters(h, seasonal="additive")`

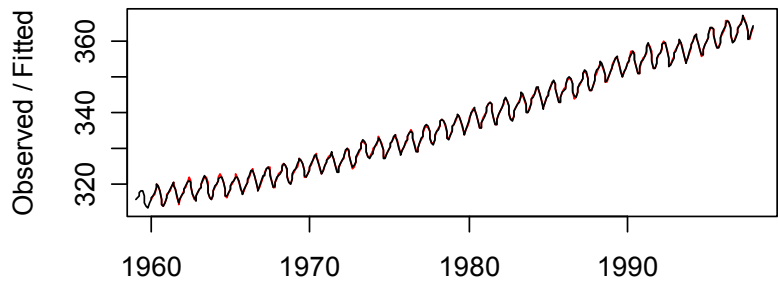
`HoltWinters(x, alpha = NULL, beta = NULL, gamma = NULL, seasonal = c("additive", "multiplicative"), start.periods = 3, l.start = NULL, b.start = NULL, s.start = NULL, optim.start = c(alpha = 0.3, beta = 0.1, gamma = 0.1), optim.control = list())`

Argumentos de la Función HoltWinters

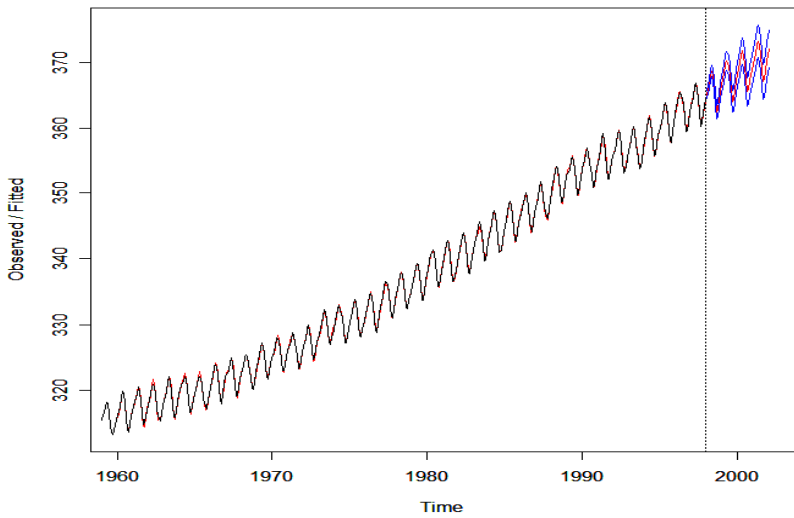
- `x` An object of class `ts`
- `alpha` *alpha* parameter Holt-Winters Filter
- `beta` *beta* parameter HW. If `beta=0`, **Exponential Smoothing (beta=0 → ExSm)**
- `Gamma` *gamma* parameter used for the seasonal component. If set to 0, a **non-seasonal model** is fitted. (**gamma=0 → No Estacional**)
- `Seasonal` Character string to select an "additive" or "multiplicative" seasonal model. (Only if `gamma` is non-zero).
- `start.periods` Start periods used in the autodetection of start values. Must be at least 3.
- `l.Start` Start value for level (`a[0]`).
- `b.Start` Start value for trend (`b[0]`).
- `s.Start` Vector of start values for the seasonal component



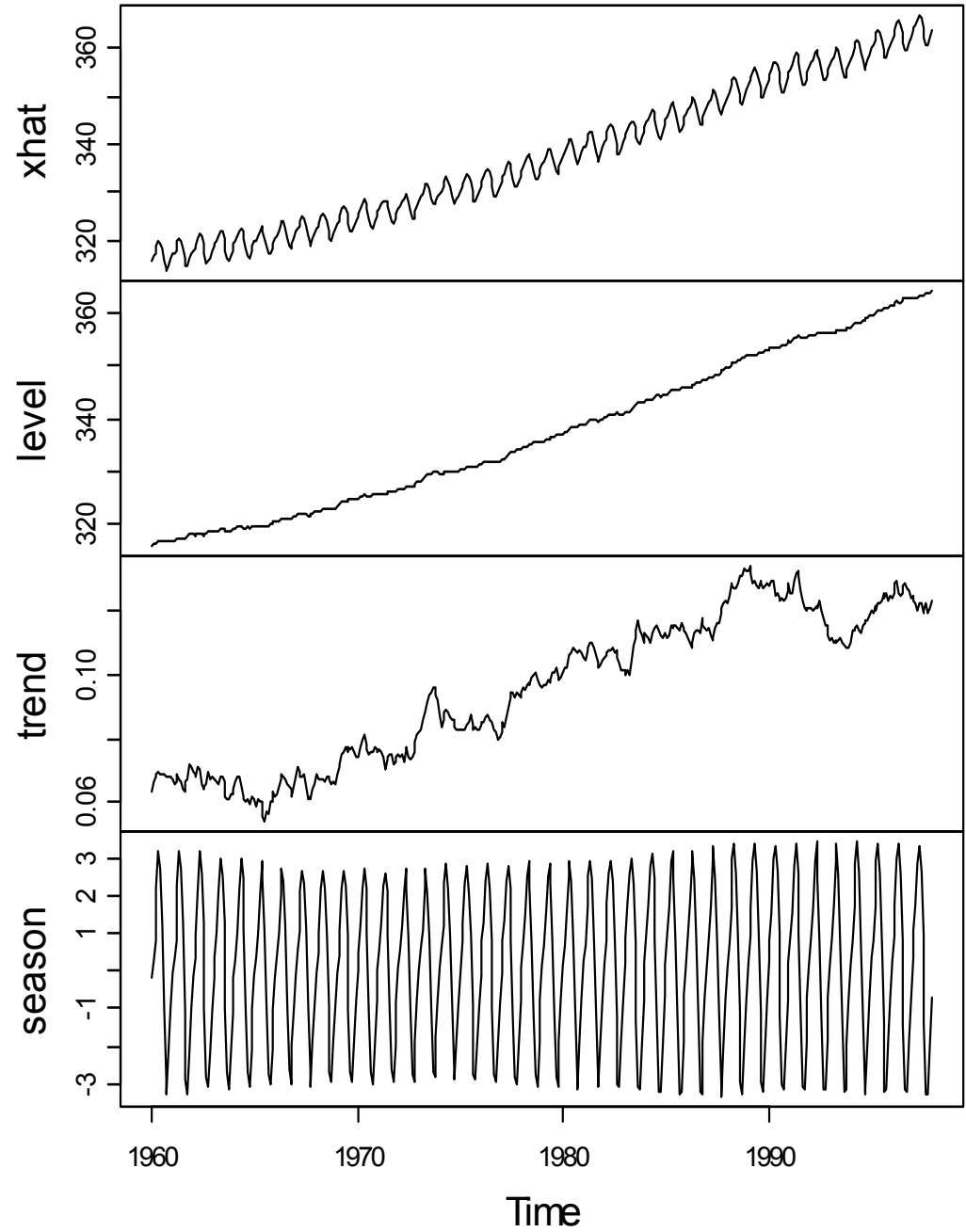
Holt-Winters filtering



Holt-Winters filtering

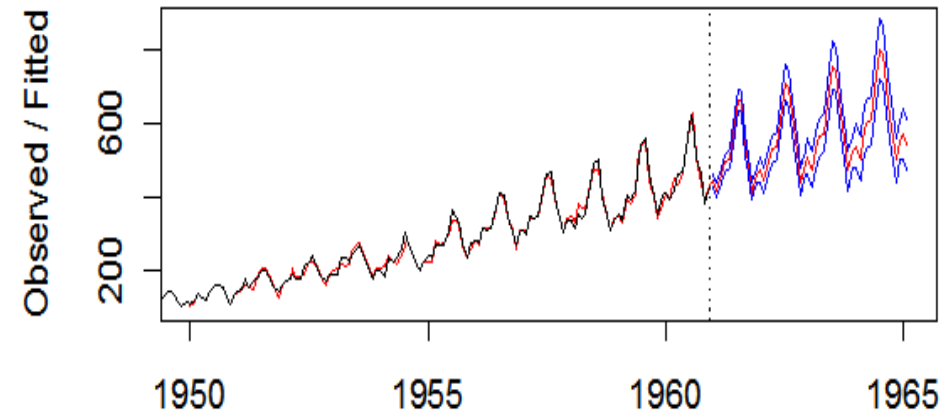


fitted(y)



SUAVIZACION HOLT-WINTER

Holt-Winters filtering

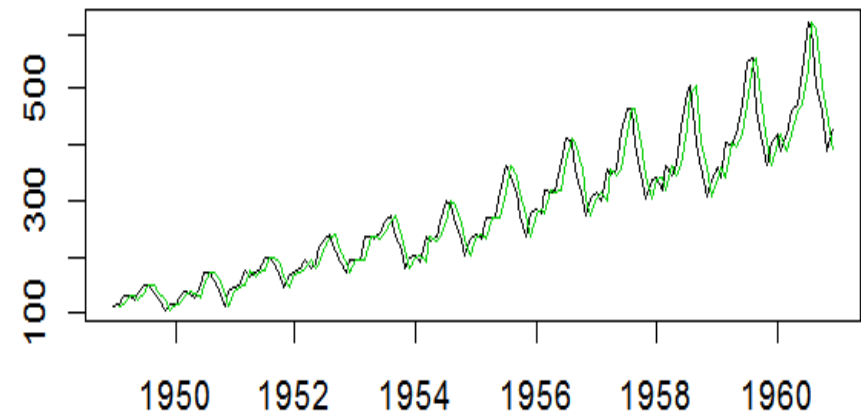


SUAVIZACION EXPONENCIAL

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha) F_t = F_t + \alpha (Y_t - F_t) = F_t + \alpha (e_t)$$

Y_t : valor de ST observada en t

F_t : Predicción de ST para t+1, realizada en t



```
## SUAVIZACION EXPONENCIAL (beta=0, gamma=0)
```

```
z = HoltWinters(yavion, gamma = 0, beta = 0)
```

```
plot(yavion)
```

```
lines(fitted(z)[,1], col = 3)
```

SUAVIZACION EXPONENCIAL

Tendencia	Estacionalidad	Suavización Exponencial
No	No	Simple Un Parámetro (alfa)
Si	No	Doble (Brown, Holt) Dos Parámetros (alfa, beta)
Si	Si	Holt Winters Tres parámetros (alfa, beta, gamma)

USO DE TECNICAS DE SUAVIZACION

1. Las técnicas de medias móviles y de Suavización exponencial simple sólo son utilizables en ST sin tendencia y sin estacionalidad.
 - Para aplicar estas técnicas a otras series es necesario haber eliminado previamente ambos componentes.
 - Su aplicación se centra en el corto plazo.
2. La Suavización exponencial doble (Brown), suavización Holt-Winters con dos parámetros, y el ajuste de funciones matemáticas, puede emplearse en series con tendencia, pero sin estacionalidad.
 - Si se parte de una serie desestacionalizada, es necesario incorporar a las predicciones los factores de estacionalidad.
 - El ajuste de funciones matemáticas puede utilizarse para predicción a medio plazo.
3. La suavización exponencial Holt-Winters con tres parámetros puede aplicarse a series con tendencia y estacionalidad.
 - Recomendable su utilización sólo para predicción a corto plazo.