

Caso de Éxito 1

Xavi Barber

Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática
Centro de Investigación Operativa
Universitas Miguel Hernández de Elche

Thursday, 28 de February de 2019



Recordando: Medias Móviles y Suavizado Exponencial

Valencia Bayesian Research group

Media Móvil Simple (SMA)

Supongamos que deseamos estudiar unos datos que son la Demanda de cierto producto.

- La media móvil simple (SMA) o promedio móvil es la media aritmética de las observaciones del conjunto completo de datos y utiliza la media aritmética como el predictor del período futuro.
- Este método se utiliza para suavizar las desviaciones a corto plazo de los datos de series de tiempo e indicar tendencias o ciclos a largo plazo.

Media Móvil Simple (SMA)

La ecuación de SMA es la siguiente:

$$F_t = MA_n = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}$$

donde F_t es la predicción para el periodo de tiempo t , y donde D_i es la demanda en el periodo t , y n es el número de periodo en la media móvil.

Suavizado Exponencial Simple (SES)

- Este método “sofisticado” es un tipo de promedio ponderado que estima el valor futuro en función del pronóstico anterior más un porcentaje del error pronosticado.
- Es fácil de implementar y calcular, ya que no es necesario mantener el historial de todos los datos anteriores.
- Se desvanece uniformemente el efecto de datos inusuales.

Suavizado Exponencial Simple (SES)

La ecuación del SES es la siguiente:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(F_{t-1} - D_{t-1}),$$

donde F_t es la predicción para el periodo de tiempo t , F_{t-1} es la predicción para el periodo previo, D_{t-1} es la actual demanda para el periodo previo, y α es la constante de suavizado ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Suavizado Exponencial doble o método de Holt

- El suavizado exponencial doble o el método de Holt (desarrollado por Holt en 1957) se usa para predecir datos con tendencia lineal.
- Es una extensión del suavizado exponencial simple.
- El método de Holt suaviza la tendencia y la pendiente en la serie temporal utilizando dos constantes de suavizado diferentes (α para el nivel y γ para la tendencia).

Suavizado Exponencial Doble (Holt)

- Predicción: $y_{t+h} = l_t + hb_t$
- Nivel: $l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$
- Tendencia: $b_t = \gamma(l_t - l_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$

donde y_{t+h} es la predicción para h periodos futuros, l_t es el nivel estimado en el tiempo t , b_t es la tendencia (pendiente) estimada en el tiempo t , h son periodos a predecir (siempre a futuro), α es la constante de suavizado para el nivel ($0 \leq \alpha \leq 1$), y γ es la constante de suavizado para la tendencia ($0 \leq \gamma \leq 1$).

Método de Holt-Winters

- Este procedimiento se puede usar cuando tanto la tendencia como la estacionalidad están presentes.
- Se utiliza para suavizar los datos que emplean una componente de nivel, una componente de tendencia y una componente estacional en cada período y proporciona una previsión de corto a medio plazo.

Valencia Bayesian Research group

Método de Holt-Winters

- Hay dos tipos de modelos: **multiplicativo** y **aditivo**.
- El modelo multiplicativo se usa cuando la magnitud del patrón estacional varía con el tamaño de los datos.
- El modelo aditivo es justo lo contrario al modelo multiplicativo.
- Las siguientes ecuaciones son ecuaciones de suavizado del Método de Holt-Winters.

Método de Holt-Winters

Las ecuaciones para el modelo multiplicativo son:

$$\text{Forest equation } \hat{y}_t = (L_{t-1} + T_{t-1})S_{t-p},$$

$$\text{Level equation } L_t = \alpha \left(\frac{y_t}{S_{t-p}} \right) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$\text{Trend equation } T_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$\text{Seasonal equation } S_t = \delta \left(\frac{y_t}{L_t} \right) + (1 - \delta)S_{t-p}$$

donde \hat{y}_t es el valor ajustado o un periodo por encima del pronosticado en el tiempo t , L_t es la estimación del nivel en el tiempo t , T_t es la tendencia, S_t es la estacionalidad, y_t es el dato en el tiempo "t", p es el periodo de estacionalidad y α , γ y δ son las constante de suavizado, tendencia y estacionalidad respectivamente y donde $0 \leq \alpha, \gamma, \delta \leq 1$.

Método de Holt-Winters

Las ecuaciones para el modelo aditivo son:

$$\text{Forest equation } \hat{y}_t = (L_{t-1} + T_{t-1})S_{t-p},$$

$$\text{Level equation } L_t = \alpha(y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$\text{Trend equation } T_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$\text{Seasonal equation } S_t = \delta(y_t - L_t) + (1 - \delta)S_{t-p}$$

donde \hat{y}_t es el valor ajustado o un periodo por encima del pronosticado en el tiempo t , L_t es la estimación del nivel en el tiempo t , T_t es la tendencia, S_t es la estacionalidad, y_t es el dato en el tiempo t , p es el periodo de estacionalidad y α , γ y δ son las constantes de suavizado, tendencia y estacionalidad respectivamente y donde $0 \leq \alpha, \gamma, \delta \leq 1$.

Trend Analysis

- El análisis de la tendencia se ajusta a un modelo general de datos que tengan un patrón y proporciona una idea sobre lo que sucederá en el futuro en función de los datos históricos.
- La tendencia puede ser lineal, cuadrática o curva en S. Una ecuación de tendencia de tipo lineal general tiene la siguiente forma:

Análisis de la tendencia

$$F_t = a + bt,$$

$$b = \frac{n \sum ty - \sum t \sum y}{n \sum t^2 - (\sum t)^2},$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum t}{n},$$

donde F_t es la predicción para el periodo t , t se especifica como el nombre de periodos de tiempo, a es el “intercepto” (punto de corte al eje ‘x’), b es la pendiente de la línea, n es un número de periodos, y finalmente siendo y el valor de la serie temporal (datos).

¿A qué os suena esto? \Rightarrow Recta de regresión

Medidas del Error en la predicción

Valencia Bayesian Research group

Mean absolute deviation (MAD)

- MAD es la diferencia absoluta media entre el actual valor y el valor que hemos predicho para un periodo dado

$$MAD = \frac{\sum |Y_t - F_t|}{n},$$

donde D_t es el valor “actual” y F_t la predicción para ese “periodo”.

Mean squared error (MSE)

- MSE es el error cuadrático medio

$$MSE = \frac{\sum(Y_t - F_t)^2}{n - 1}$$

Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

- MAPE es el porcentaje del error absoluto medio

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{Y_y - F_t}{Y_t} \right| \times 100$$

Modelos clásicos con R

Valencia Bayesian Research group

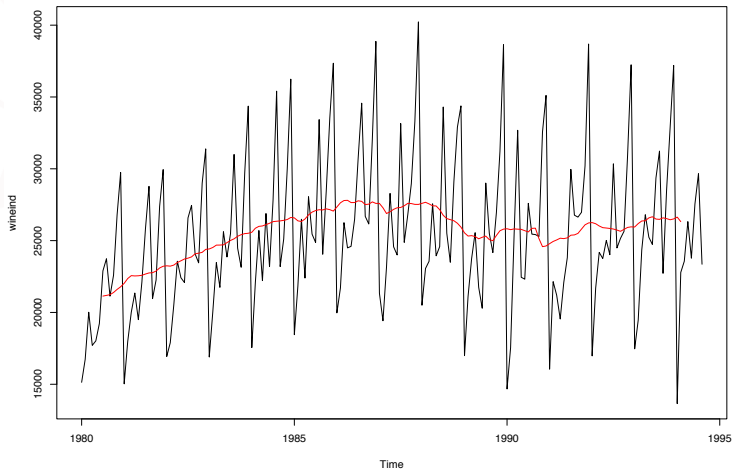
Media móvil

ma calcula la Media Móvil Simple para una serie temporal dada.

Ejemplo:

```
library(forecast)
plot(wineind)
sm <- ma(wineind, order = 12)
lines(sm, col = "red")
```

Media móvil



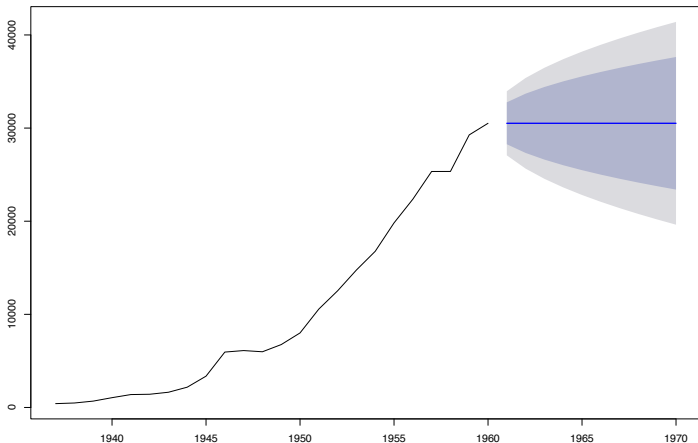
Suavizado Exponencial Simple

ses devuelve la predicción y otras informaciones para una predicción utilizando el suavizado exponencial sobre la serie Y_y .

```
fcast <- ses(airmiles)
plot(fcast)
```

Suavizado Exponencial Simple

Forecasts from Simple exponential smoothing



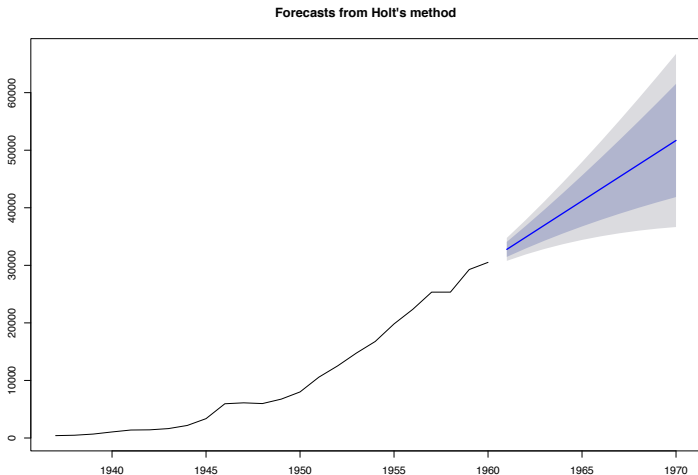
Doble suavizado o método Holt

holt calcula la predicción mediante el método de Holt.

```
fcast <- holt(airmiles)
plot(fcast)
```

Valencia Bayesian Research group

Doble suavizado o método Holt



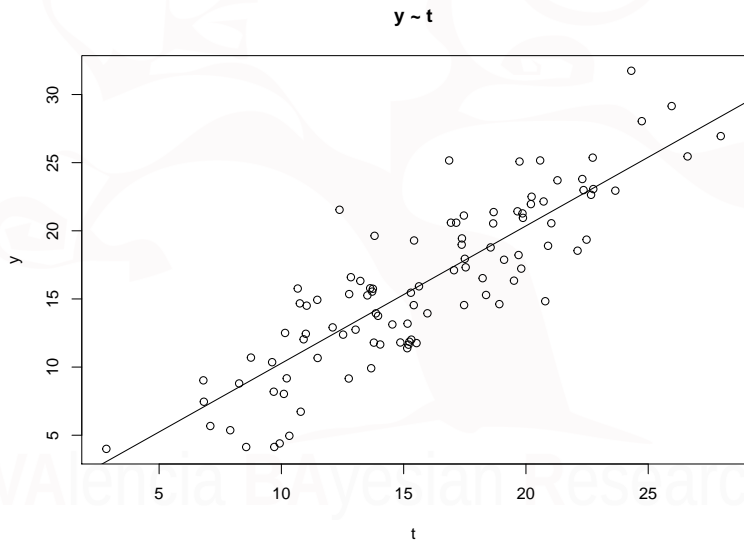
Método tendencia

Dependiendo del tipo de pendiente que queramos estudiar, pero lo habitual será utilizar un modelo lineal:

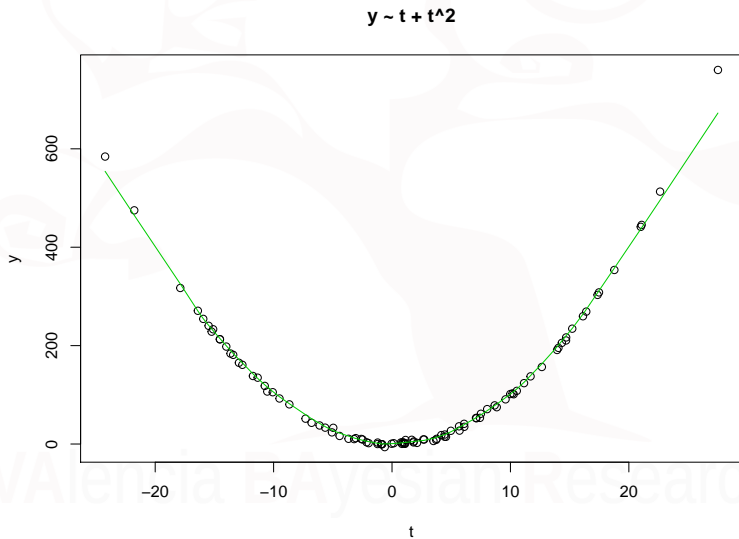
```
lm(Y ~ t ,data=serie)  
lm(Y ~ t+ t^2, data=serie)  
lm (Y ~ log(t), data=serie)  
...
```

Pero así puede ser muy difícil captar la tendencia, y la forma.

Método tendencia

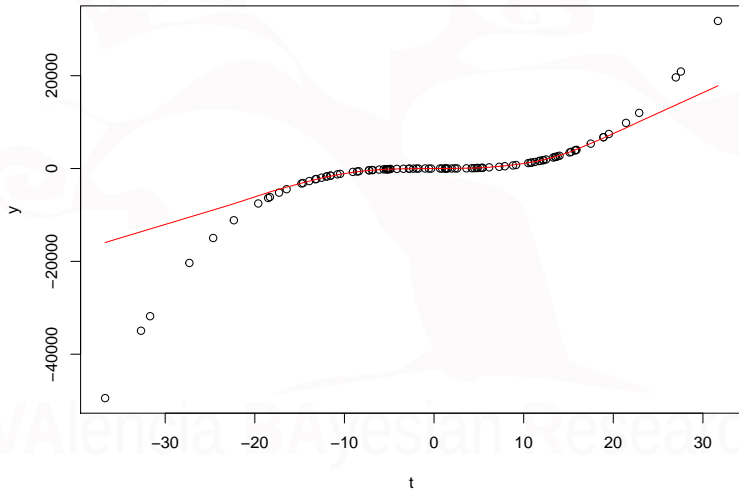


Método tendencia

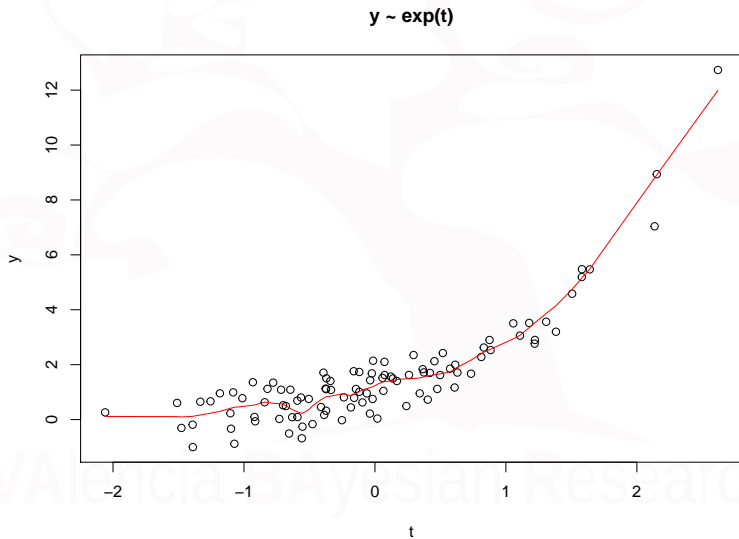


Método tendencia

$$y \sim t + t^2 + t^3$$



Método tendencia



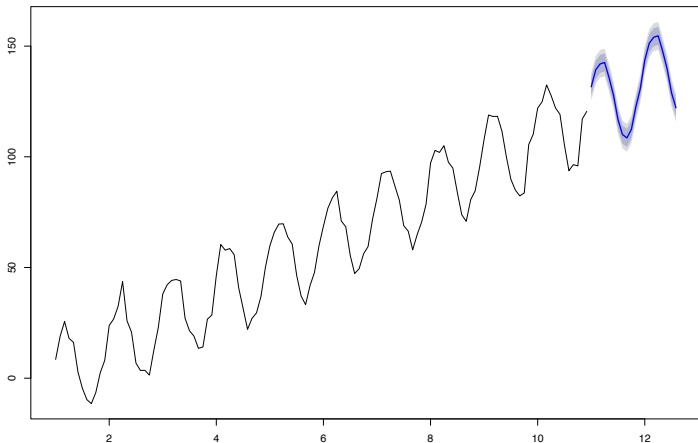
Método tendencia

Si utilizamos los comandos adecuados dentro del paquete *forecast* que son:

```
fit <- tslm(y ~ trend + season)
plot(forecast(fit, h = 20))
```

Método tendencia

Forecasts from Linear regression model



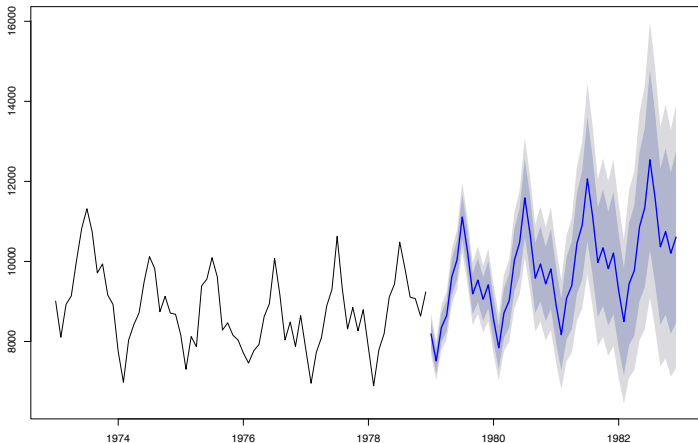
Método Holt-Winters

hw devuelve las predicciones y otras informaciones para un suavizado exponencial aplicado a la serie a predecir utilizando el suavizado de Holt-Winters

```
deaths.fcast1 <- hw(USAccDeaths,  
                    seasonal="multiplicative",  
                    h=48)  
plot(deaths.fcast1)
```

Método Holt-Winters

Forecasts from Holt-Winters' multiplicative method

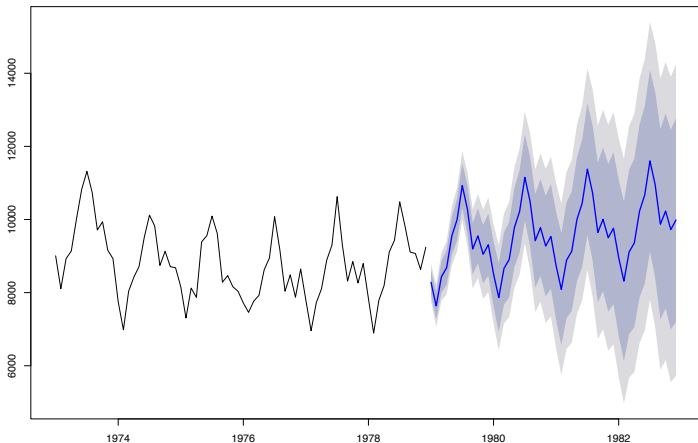


Método Holt-Winters

```
deaths.fcast2 <- hw(USAccDeaths,  
                    seasonal="additive",  
                    h=48)  
plot(deaths.fcast2)
```

Método Holt-Winters

Forecasts from Holt-Winters' additive method



Calculando los errores de predicción

MAD, MSE y MAPE

accuracy: Devuelve varias medidas de la precisión de las predicciones.

Las medidas que calcula son:

- **ME: Mean Error**
- **RMSE: Root Mean Squared Error**
- MAE: Mean Absolute Error
- MPE: Mean Percentage Error
- **MAPE: Mean Absolute Percentage Error**
- MASE: Mean Absolute Scaled Error
- ACF1: Autocorrelation of errors at lag 1.

Calculando los errores de predicción

```
library(forecast)
fit1 <- ses(EuStockMarkets[1:200, 1], h = 100)
accuracy(fit1)
## si conocemos los datos reales para comparar
accuracy(fit1, EuStockMarkets[201:300, 1])
```

Calculando los errores de predicción

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	0.44	15.81	8.91	0.02	0.55	0.99	0.00

Si conocemos los datos reales

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	0.44	15.81	8.91	0.02	0.55	0.99	0.00
Test set	0.81	78.18	63.27	-0.17	3.79	7.06	

Calculando los errores de predicción

```
fit2 <- holt(EuStockMarkets[1:200, 1], h = 100)
accuracy(fit2)
## si conocemos los datos reales
accuracy(fit2, EuStockMarkets[201:300, 1])
```

Valencia Bayesian Research group

Calculando los errores de predicción

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	-0.04	15.80	8.94	-0.01	0.55	1.00	0.00

si conocemos los datos reales

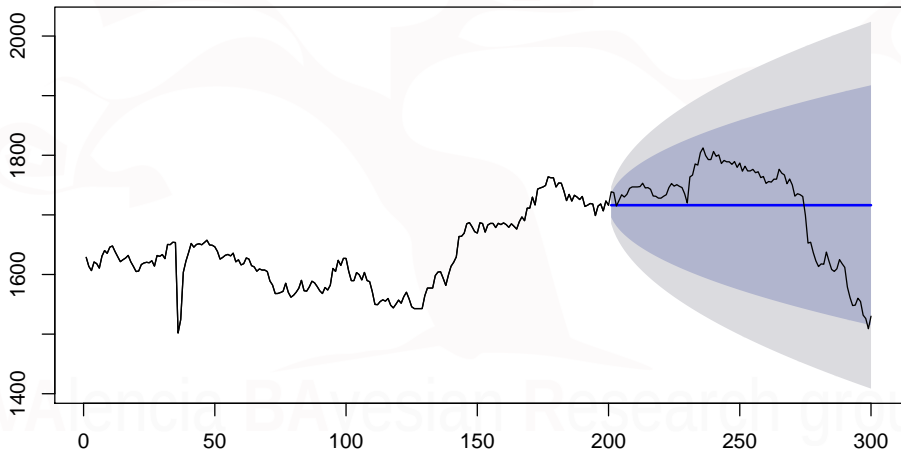
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	-0.04	15.80	8.94	-0.01	0.55	1.00	0.00
Test set	-23.07	90.87	62.56	-1.59	3.82	6.98	

Calculando los errores de predicción

```
plot(fit1)  
lines(EuStockMarkets[1:300, 1]) #datos reales
```

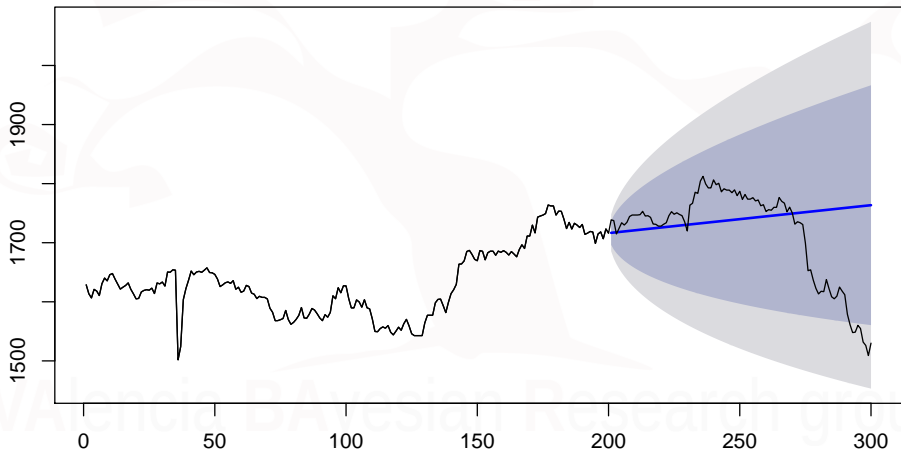
Calculando los errores de predicción (SES)

Forecasts from Simple exponential smoothing



Calculando los errores de predicción (Holt)

Forecasts from Holt's method



Estudio de Caso: Demanda de Yute

Valencia Bayesian Research group

A Study of Time Series Model for Predicting Jute Yarn Demand: Case Study

Journal of Industrial Engineering Volume 2017 (2017),
Article ID 2061260, 8 pages

<https://doi.org/10.1155/2017/2061260>

A Study of Time Series Model for Predicting Jute Yarn Demand: Case Study

C. L. Karmaker, P. K. Halder, and E. Sarker



Valencia Bayesian Research group

Enunciado

- En el entorno competitivo actual, predecir las ventas para los próximos períodos en la cantidad correcta es muy crucial para garantizar la disponibilidad del producto y mejorar la satisfacción del cliente.
- Desarrollar un modelo para identificar el método más apropiado para la predicción basado en los valores mínimos de los errores de predicción.
- Los datos necesarios sobre ventas de hilo de yute se obtuvieron de una industria fabricante de productos de yute en Bangladesh, a saber, Akij Jute Mills, Akij Group Ltd., en Noapara, Jessore.

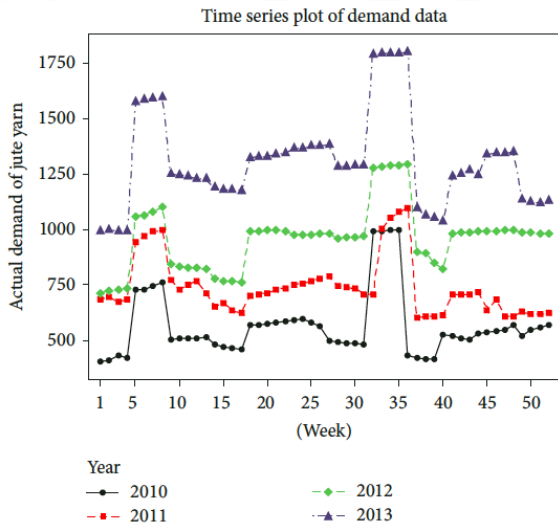
Material y métodos

- El objetivo principal de este estudio es determinar la mejor técnica de predicción apropiada para la próxima venta de hilo de yute para la industria de fabricación de productos de yute en Bangladesh.
- El método de predicción se seleccionará sobre la base de errores de previsión, es decir, valores mínimos de MAPE, MAD, y MSD.

Material y métodos

- Para esta predicción , se han realizado diferentes análisis de series temporales con la demanda demanda de 208 semanas y se han calculdon las medidas de precisión:
 - Media móvil
 - Suavizado exponencial simple
 - Suavizado doble o método de Holt
 - Estudio de la tendencia.
 - Método de Holt-Winters
 - Aditiva
 - Multiplicativa

La demanda



Media móvil

TABLE 1: Forecasting errors under SMA method.

Length of average in weeks (n)	MAPE	MAD	MSD
2MA	8.3	70.5	19431.2
3MA	10.8	91.4	24473.3
4MA	13.2	112.1	29783.9
5MA	14.1	121.9	32376.7
6MA	14.7	127.5	33504.7
7MA	15	131.1	33920.3
8MA	15.1	133.2	33976.4
9MA	15.3	135	33949.8
10MA	15.1	134.7	33797.7
11MA	15	133.5	33577.2
12MA	14.7	131.4	33334.6
13MA	14.4	129.6	33163.5
14MA	14.2	128.9	33243.4
15MA	14.3	129.8	33645.2

Media móvil

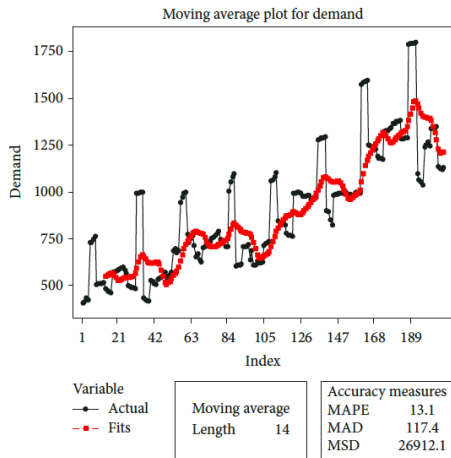


FIGURE 2: Comparison of actual sales with forecasted demand in SMA method.

Suavizado exponencial

TABLE 2: Forecasting errors under SES method.

Value of smoothing constant (α)	MAPE	MAD	MSD
0.1	13.1	116.8	29939.5
0.2	12.6	109.1	26144.4
0.3	11.8	101.1	23576.3
0.4	10.8	92.2	21390.4
0.5	9.8	82.7	19528.3
0.6	8.7	73.6	18003.7
0.7	7.8	65.7	16822.2
0.8	7.1	59.1	15977.1
0.9	6.5	53.6	15457

Suavizado exponencial

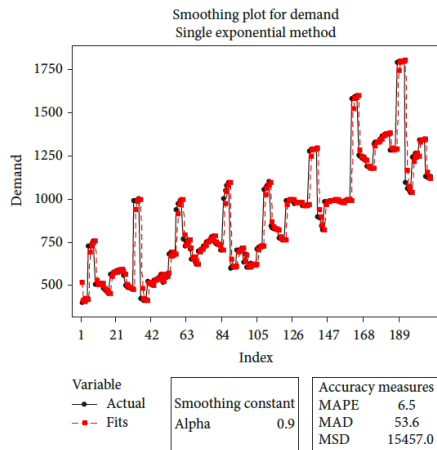


FIGURE 3: Comparison of actual sales with forecasted demand in SES method.

Suavizado Exponencial Doble o Método Hold

TABLE 3: Forecasting errors under Holt's method.

Smoothing constant alpha (Level)	Smoothing constant gamma (Trend)	MAPE	MAD	MSD
0.1	0.1	15	128	32880.4
0.1	0.2	15.9	136.7	36354.1
0.1	0.3	18	152.1	42391.8
0.2	0.1	14.2	119.8	29969.1
0.2	0.2	16.3	135.5	34575.1
0.2	0.3	17.8	147	38415.1
0.3	0.1	13.2	110.6	27050.4
0.3	0.2	14.5	120.4	30592.1
0.3	0.3	15.1	125.9	33875.7

Suavizado Exponencial Doble o Método Hold

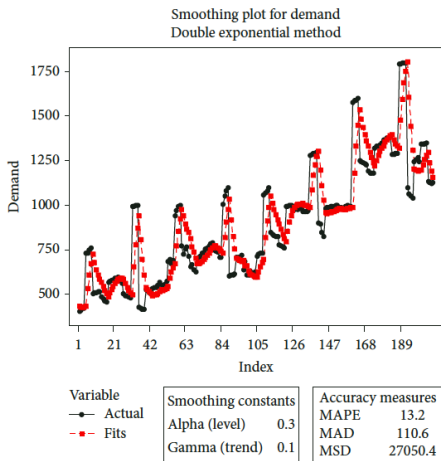


FIGURE 4: Comparison of actual sales with forecasted demand in

Método sólo tendencia

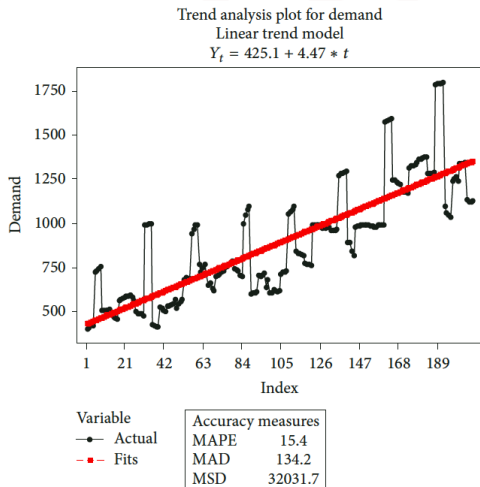


FIGURE 5: Linear trend line analysis of demand.

Método de Holt-Winters

TABLE 4: Forecasting errors under Winters method.

Smoothing constant alpha (level)	Smoothing constant gamma (trend)	Smoothing constant delta (seasonal)	Winters additive model			Winters multiplicative model		
			MAPE	MAD	MSD	MAPE	MAD	MSD
0.1	0.1	0.1	6.08	48.51	5030.6	7.16	61.75	7560.57
0.1	0.1	0.2	6.21	49.99	5414.65	7.42	64.46	8376.62
0.1	0.1	0.3	6.36	51.73	5807.84	7.66	66.66	9235.14
0.1	0.2	0.1	6.21	49.55	5204.78	7.44	63.17	7537.56
0.1	0.2	0.2	6.38	51.38	5608.68	7.84	68.07	8643.47
0.1	0.2	0.3	6.57	53.43	6012.93	8.26	72.77	9873.75
0.1	0.3	0.1	6.48	51.77	5537.25	7.67	63.24	7413.21
0.1	0.3	0.2	6.61	53.44	5991.33	8.2	69.22	8616.98
0.1	0.3	0.3	6.79	55.46	6442.68	9	77.5	10167.7
0.2	0.1	0.1	5.35	43.04	4779.84	5.89	48.51	5563.59
0.2	0.1	0.2	5.45	44.28	5124.34	6.13	51.3	6212.32
0.2	0.1	0.3	5.56	45.63	5473.25	6.38	54.18	6908.63
0.2	0.2	0.1	5.59	45.14	5166.55	6.37	51.91	5863.92
0.2	0.2	0.2	5.68	46.48	5571.86	6.64	55.02	6609.84
0.2	0.2	0.3	5.83	48.21	5994.81	6.96	58.51	7481.55
0.2	0.3	0.1	5.93	48.24	5643.04	6.68	54.74	6380.57
0.2	0.3	0.2	6.07	50.14	6130.07	7.04	58.76	7246.09
0.2	0.3	0.3	6.28	52.5	6660.18	7.42	62.88	8305.83
0.3	0.1	0.1	5.06	40.58	4705.68	5.38	43.92	5089.33
0.3	0.1	0.2	5.11	41.38	5003.92	5.55	45.84	5624.94
0.3	0.1	0.3	5.19	42.43	5309.95	5.74	47.84	6204.97
0.3	0.2	0.1	5.39	43.47	5153.21	5.65	46.38	5550.05
0.3	0.2	0.2	5.47	44.51	5493.52	5.88	48.8	6141.81
0.3	0.2	0.3	5.56	45.74	5852.34	6.11	51.21	6803.38
0.3	0.3	0.1	5.7	46.13	5652.62	5.73	47.36	6066.61
0.3	0.3	0.2	5.78	47.21	6033.21	5.98	49.94	6723.87
0.3	0.3	0.3	5.89	48.56	6446.37	6.25	52.75	7472.54

Método de Holt-Winters

TABLE 5: Summary of decomposition methods.

Measure	Decomposition			
	Multiplicative		Additive	
	Trend and seasonality	Only seasonality	Trend and seasonality	Only seasonal
MAPE	8.35	31.8	8.16	31.8
MAD	67.66	252.6	65.93	252.4
MSD	7573.78	86107.7	7467.41	86446

TABLE 6: Summary of all forecasting methods and error calculations.

Forecasting method	MAPE	MAD	MSD
Multiplicative decomposition model with trend and seasonality	8.35	67.66	7573.78
Additive decomposition model with trend and seasonality	8.16	65.93	7467.41
Moving average	14.2	128.9	33243.4
Single exponential smoothing	6.5	53.6	15457
Holt's method	13.2	110.6	27050.4
Trend analysis	15.39	134.16	32031.66
Winters multiplicative model	5.38	43.92	5089.33
Winters additive model	5.06	40.58	4705.68

Método de Holt-Winters

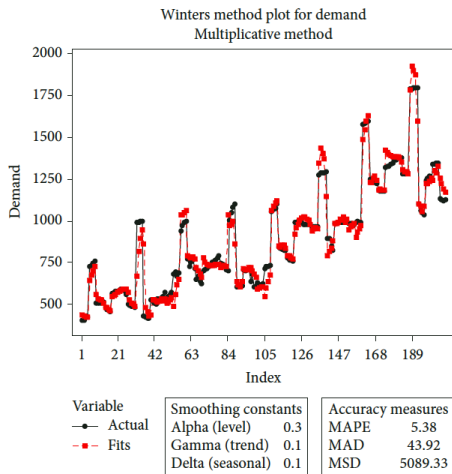


FIGURE 7: Comparison of actual sales with forecasted demand in Winters multiplicative method.

Conclusión

- Se han realizado diferentes métodos de predicción (ajustes de modelos) y tras su ajuste, los resultados muestran que cuando hacemos el método Holt-Winters con estacionalidad Aditiva se obtienen los mejores resultados, es decir los valores más pequeños para el *accuracy*.

Conclusiones reales del artículo:

- *This study can help the industry as well as others Bangladeshi manufacturers to reduce the deviation between actual and forecasted demand through the selection of the contingent forecasting method.*